SIEBSCHALTUNGEN

VON

DR.-ING. WILHELM CAUER

HERAUSGEGEBEN MIT
UNTERSTÜTZUNG DES
ELEKTROTECHNISCHEN
VEREINS E.V., BERLIN

MIT 19 ABBILDUNGEN, 14 TABELLEN UND 68 TAFELN



VDI-VERLAG G·M·B·H
1931 · BERLIN NW 7

ELEKTROTECHNISCHEN
VEREINS E. V., BERLIN

MIT 19 AB

.... und das wird Sie auch interessieren:

Technologisches Handbuch der Elektrotechnik und der Elektrochemie. Eine Encyklopädie der Elektrotechnik. Herausgegeben von Alfred Schlomann unter Mitarbeit zahlreicher Fachleute und Industriefirmen, unter Mitwirkung des Ausschusses zur Förderung der Herausgabe der Illustrierten Technischen Wörterbücher beim Deutschen Verbande Technisch-Wissenschaftlicher Vereine und unter Förderung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, des Vereines deutscher Ingenieure und des Zentralverbandes der deutschen elektrotechnischen Industrie. DIN B5, XX/906 S. mit 3493 Abb. und zahlreichen Formeln. 1929. In Leinen gebunden RM 45.— (für VDI- und VDE-Mitgl. RM 40.—).

Jllustrierte Technische Wörterbücher. Herausgegeben von Alfred Schlomann.

Band II: Elektrotechnik und Elektrochemie. 2. verbesserte, vervollständigte und stark vermehrte Auflage. 1928. In deutscher, englischer, französischer, italienischer, russischer und spanischer Sprache. Bearbeitet mit Hilfe des Ausschusses zur Förderung der Herausgabe der Illustrierten Technischen Wörterbücher beim Deutschen Verbande Technisch-Wissenschaftlicher Vereine und unter Förderung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, des Vereines deutscher Ingenieure und des Zentralverbandes der deutschen elektrotechnischen Industrie. DIN B5, XXIV/1304 Seiten mit 3965 Abb. und zahlreichen Formeln. In Leinen gebunden RM 80.— (für VDI- und VDE-Mitglieder RM 72.—).

Technische Zeitschriftenschau mit Bücherschau. Herausgegeben vom Verein deutscher Ingenieure und vom Verband Deutscher Elektrotechniker. Seit 1917. Monatlich zweimal; Din A4. Jährlich über 11000 Referate, dazu ein Sachverzeichnis. Schriftl.: Prof. Dr.-Ing. E. h. C. Matschoß, in Vertretung E. Pfeiffer; für den Abschnitt „Elektrotechnik" Prof. Dr.-Ing. K. Strecker. Bezugspreis viertelj. 7,25 RM, für Mitgl. des VDI und VDE 6,50 RM. Einzelheft 1,50 RM (1,35 RM) zuzügl. 0,10 RM Porto für das In- und Ausland.

Die „Zeitschriftenschau" erschließt in zwei Teilen, Maschinenbau und Elektrotechnik, alle bedeutenden deutschen und ausländischen Veröffentlichungen der technischen Buch- und Zeitschriftenliteratur durch kurze gehaltvolle Referate. Für den elektrotechnischen Teil werden regelmäßig etwa 100 der bedeutendsten Fachzeitschriften der ganzen Welt durchgearbeitet und deren wichtige Beiträge kurz wiedergegeben. Der „T.-Z."-Leser wird also über die Fortschritte der Elektrotechnik und deren literarischen Niederschlag für geringes Geld praktisch und zuverlässig auf dem Laufenden gehalten.

Wer sich über die einschlägige Literatur früherer Jahre unterrichten will, der benutze das

Jahrbuch der Elektrotechnik. 16. Jahrgang. (Das Jahr 1927). Übersicht über die wichtigeren Erscheinungen auf dem Gesamtgebiete der Elektrotechnik. Unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen und mit besonderer Unterstützung des Zentralverbandes der Deutschen Elektrotechnischen Industrie herausgegeben von Prof. Dr. Karl Strecker. 160×240 mm, XVI/248 Seiten. 1929. In Leinen gebunden RM 15,— (für VDI- und VDE-Mitglieder RM 13,50).

Dieser Band — der letzte in der Jahrbuchreihe — bietet jedem elektrotechnisch Interessierten den Schlüssel zu einem Jahrgang bisher nicht erschlossener Literatur. Die Reichhaltigkeit des Buches zeigen seine Namen-, Sach- und Ortverzeichnisse, die etwa 4000 Personennamen und ebensoviele Sachbenennungen, Länder- und Ortnamen umfassen. Nur durch geschickte Gliederung des Stoffes war es möglich, diesen auf 284 Seiten zusammenzustellen.

Seit 1928 ist das Jahrbuch fortgesetzt in der monatlich zweimal erscheinenden „Technischen Zeitschriftenschau".

VDI-VERLAG · BERLIN



Elektr.
Allgem.
Fernmeldetechnik

SIEBSCHALTUNGEN

VON

DR.-ING. WILHELM CAUER

HERAUSGEGEBEN MIT
UNTERSTÜTZUNG DES
ELEKTROTECHNISCHEN
VEREINS E.V., BERLIN

MIT 19 ABBILDUNGEN, 14 TABELLEN UND 68 TAFELN





VDI-VERLAG G·M·B·H
1931 · BERLIN NW7





Printed in Germany
Druck des Textes von H. S. Hermann G. m. b. H., Berlin SW 19
Druck der Tafeln von Bogdan Gisevius, Berlin W 57

Herrn

Präsident Professor Dr.-Ing. E.h. Dr.

Karl Willy Wagner

in dankbarer Verehrung

gewidmet

Vorwort

Es bestehen oft unklare Vorstellungen über die Aufgaben der angewandten Mathematik. Der angewandte Mathematiker sollte nicht nur wie der reine Mathematiker seine Probleme und Methoden um ihrer selbst willen bearbeiten, sondern auch bestrebt sein, mathematische Probleme der Physik und Technik in Angriff zu nehmen; er soll sich aber nicht mit ihrer prinzipiellen Lösung begnügen, sondern die Lösung mit mathematischen Mitteln soweit durchführen, daß greifbare neue physikalische Resultate oder technische Vorteile gewonnen werden. Vom Physiker oder Ingenieur unterscheidet er sich dadurch, daß ihn das mathematische Problem als solches interessieren muß und nicht trivial sein darf. Die vorliegende Schrift „Siebschaltungen" stellt in diesem Sinne die Lösung einer Aufgabe der angewandten Mathematik dar.

Seit die Resonanzeigenschaften von gewissen Kettenschaltungen, die nicht einzelne Frequenzen, sondern ganze Frequenzintervalle vorzugsweise übertragen oder absorbieren, von K. W. Wagner und unabhängig davon von G. A. Campbell entdeckt worden sind, haben solche „Siebketten" eine mehr und mehr wachsende Bedeutung in der Elektrotechnik gewonnen. Man verwendet sie heutzutage unter anderem bei Vierdraht- und Zweidrahtverstärkern, in der Unterlagerungstelegraphie, bei Stromreinigern für Meßzwecke, in der Trägerfrequenztelephonie und -telegraphie auf Freileitungen und Kabeln, bei der Wechselstromversorgung von Röhrenapparaten, in drahtlosen Empfangsanlagen, in der Bildtelegraphie. Demgemäß haben sich die Elektrotechniker in zahlreichen Arbeiten bemüht, die Theorie und den praktischen Entwurf von „Siebschaltungen" zu fördern. Besonders hervorzuheben sind die Arbeiten von O. J. Zobel.

Wir verdanken diesen Untersuchungen eine Reihe wichtiger Anregungen. Doch es fehlte bisher an einer einheitlichen und allgemeinen Theorie, welche die große Mannigfaltigkeit der möglichen Siebschaltungen ohne wesentliche Einschränkungen der Allgemeinheit zu überblicken erlaubt. Die Grundzüge einer solchen Theorie wurden im Anschluß an die historische Entwicklung für symmetrische Siebschaltungen in der Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik[1]) dargestellt. In der neuen Theorie ist das Wesentliche, daß nicht mehr von speziellen Schaltungsmethoden, sondern von gewissen Funktionen der Frequenz ausgegangen wird, die unabhängig vom speziellen Aufbau der Schaltung diese invariant charakterisieren. Damit wird die technische Frage auf eine präzise algebraisch-funktionentheoretische Frage reduziert. Andererseits werden alle überhaupt möglichen symmetrischen Siebschaltungen für die Lösung einer gegebenen praktischen Aufgabe zur Konkurrenz herangezogen. Die Lösung des vorliegenden mathematischen Interpolationsproblems geschieht am vorteilhaftesten im Tschebyscheffschen Sinne. Sie wurde in einer Arbeit durchgeführt, deren Veröffentlichung in der Mathematischen Zeitschrift geplant ist.

Der Zweck dieser Schrift ist, dem Ingenieur alle aus der neuen Theorie entspringenden Mittel in so weit ausgearbeiteter Form an die Hand zu geben, daß er jede Siebschaltungsaufgabe der Praxis mit einem Minimum an Überlegungs- und Rechenarbeit in praktisch optimaler Weise lösen kann, sofern es sich um Aufgaben handelt, die sich überhaupt mit symmetrischen Siebschaltungen lösen lassen. Dementsprechend enthält der Text keine Beweise, sondern ist in der Hauptsache eine Gebrauchsanweisung der gegebenen Tabellen und Tafeln.

Auf den vom theoretischen Standpunkt aus sehr unerwünschten Einfluß der ohmschen Widerstände, der aber beim praktischen Entwurf einer Siebschaltung sehr wohl zu beachten ist, wurde bei der Ausführung der Kurvenblätter besondere Rücksicht genommen.

Die Vorteile, die der hier eingeschlagene Weg dem Ingenieur bietet, sind dreifacher Art. Erstens bleibt der Entwurf einer Siebschaltung mit bestimmten gewünschten Eigenschaften nicht mehr, wie bisher, dem Zufall oder langem Probieren überlassen. Zweitens können Aufgaben gelöst werden, deren Lösung bisher nicht gelang (beliebig geringe Schwankung des Wellenwiderstandes in den Durchlaßbereichen). Drittens werden Siebschaltungsaufgaben, die schon früher gelöst werden konnten, unter Benutzung der hier gegebenen Hilfsmittel im allgemeinen wesentlich wirtschaftlicher gelöst, oft mit einer Materialersparnis von 30% und mehr. Dies beweisen die am Schluß des Textes behandelten Beispiele, die sämtlich unverändert aus der Praxis übernommen wurden.

Die Entstehung des Buches geht auf ein von mir 1930 aufgestelltes Programm über die wichtigsten auf dem Gebiet der Siebschaltungen zu erledigenden numerischen Arbeiten zurück. Ich bin Herrn Präsident Prof. Dr. K. W. Wagner für seine erfolgreichen Bemühungen, den Elektrotechnischen Verein und den Verein Deutscher Ingenieure an der Ausführung dieses Programms zu interessieren, stets zu Dank verbunden.

Die umfangreichen und kostspieligen rechnerischen Vorarbeiten hätten ohne die großzügige Unterstützung des Elektrotechnischen Vereins nicht durchgeführt werden können. Ihm sowohl wie dem Verein Deutscher Ingenieure, der die Drucklegung der Arbeit in entgegenkommendster Weise übernahm, möchte ich auch an dieser Stelle meinen aufrichtigen Dank aussprechen.

Den rechnerischen und zeichnerischen Arbeiten kamen die modernen Einrichtungen des neuen Göttinger Mathematischen Institutes zu statten. Für die Berechnung der Funktion 𝔄𝔯 𝔗𝔤 bei komplexem Argument konnten neben dem Atlas von Kennelly dank des Entgegenkommens von Herrn Prof. F. Emde und Herrn Hawelka die neuen Tafeln des letzteren schon vor ihrer Veröffentlichung benutzt werden.

Die ersten näherungsweisen Tschebyscheffschen Approximationen wurden von Dr. Mary Taylor auf graphischem Wege ausgeführt. Herr Ernst Glowatzki hat die Tschebyscheffschen Parameter der hier veröffentlichten Kurven bereits größtenteils vor der Auffindung der strengen Lösung mittels elliptischer Funktionen durch graphische Interpolation bestimmt. Für seine unermüdliche und verständnisvolle Hilfe bei der Durchführung der Arbeiten und viele praktische Anregungen schulde ich Herrn Glowatzki herzlichen Dank. Ferner bin ich Herrn Prof. H. Salinger für seine wertvollen Ratschläge bei der Durchsicht des Manuskripts sehr verbunden.

Cambridge/Mass., den 16. Januar 1931.

[1]) „Die Siebschaltungen der Fernmeldetechnik", Z. f. ang. Math. u. Mech. Bd. 10 (1930), S. 425.

Inhaltverzeichnis

1. Theoretische Grundlagen

Der Zweck des vorliegenden Kurvenmaterials ist, elektrische Siebschaltungen zu entwerfen, die vorgeschriebene Forderungen an Dämpfung und Wellenwiderstand erfüllen und möglichst wenig Schaltelemente enthalten. Dies gelingt auf Grund einer neuen allgemeinen Theorie aller symmetrischen Siebschaltungen. Da nicht vorausgesetzt werden kann, daß der Ingenieur, der dieses Buch in die Hand nimmt, mit der Theorie vertraut ist, ist es erforderlich, hier die Hauptresultate der Theorie mitzuteilen, wenn auch der Kürze halber ohne Beweise. Für diese wird auf die Literatur (vgl. das Vorwort) verwiesen.

Zwei Schaltungen heißen äquivalent, wenn sie dieselben Wirkungen als Funktionen der Frequenz nach außen besitzen, unabhängig davon, was im Innern der Schaltung sich ereignet. Im Fall von äquivalenten Zweipolschaltungen können alle äußeren Eigenschaften durch den Wechselstromwiderstand z ausgedrückt werden. Diese Funktion der Frequenz z möge Frequenzcharakteristik des Zweipols heißen. In dem Fall von Vierpolen, insbesondere Siebschaltungen, haben wir im allgemeinen drei solche unabhängigen charakteristischen Funktionen der Frequenz; oder, wenn man will, vier Funktionen A, B, C, D, zwischen denen eine Relation besteht. Ein vollständiges System von solchen, einen Vierpol charakterisierenden Funktionen der Frequenz kann z. B. im folgender Weise gewonnen werden:

Sei E_1 die komplexe Spannung an den Eingangsklemmen 1, 1′ und I_1 der komplexe Strom an denselben Klemmen, seien E_2 und I_2 die komplexe Spannung und Strom an den Ausgangsklemmen 2, 2′, dann gelten zwei lineare Gleichungen zwischen diesen Spannungen und Strömen wie folgt:

$$E_1 = A\,E_2 + B\,I_2$$
$$I_1 = C\,E_2 + D\,I_2,$$

wo

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = 1.$$

A, B, C, D sind die Frequenzcharakteristiken des Vierpols.

Ein Vierpol heißt symmetrisch, wenn seine Wirkung nach außen unverändert bleibt bei einer Vertauschung von Eingangsklemmen 1, 1′ und Ausgangsklemmen 2, 2′. Die Bedingung für Symmetrie ist $A = D$. Ein symmetrischer Vierpol wird demnach durch zwei Funktionen der Frequenz charakterisiert. Eine Schaltung wird für eine bestimmte Klasse von Schaltungen kanonisch genannt, wenn sie durch passende Wahl der Größe ihrer Elemente zu allen Schaltungen der betreffenden Klasse äquivalent gemacht werden kann. Abb. 1 ist ein kanonischer symmetrischer Vierpol. Er besteht aus einer Brückenanordnung mit paarweise gleichen Wechselstromwiderständen Z_1 und Z_2 in der Brücke. Diese Funktionen Z_1 und Z_2 sind stets physikalisch realisierbare Wechselstromwiderstände und können als Frequenzcharakteristiken für den symmetrischen Vierpol gewählt werden. Im Falle nicht vorhandener ohmscher Widerstände zeigen Abb. 2 u. 3 eine kanonische Form von Z_1 und Z_2. Jeder symmetrische Vierpol ist äquivalent zu einer physikalisch realisierbaren Brückenschaltung nach Abb. 1.

Die Wechselstromwiderstände Z_1 und Z_2 sind rationale Funktionen der Frequenz f. Die Aufgabe der Theorie und der Praxis, eine Siebschaltung mit vorgeschriebenen Eigenschaften zu konstruieren, kann darauf zurückgeführt werden, die Parameter in diesen rationalen Funktionen Z_1 und Z_2 geeignet zu bestimmen. Es erweist sich als zweckmäßig, nicht diese Funktionen selbst, sondern ihr Verhältnis $\frac{Z_2}{Z_1}$ und ihr Produkt $Z_1 \cdot Z_2$ zu diskutieren. Die Gründe dafür werden durch folgende Überlegung klar.

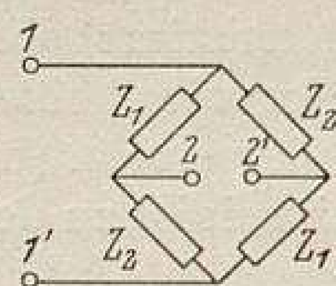


Abb. 1. Kanonischer symmetrischer Vierpol.

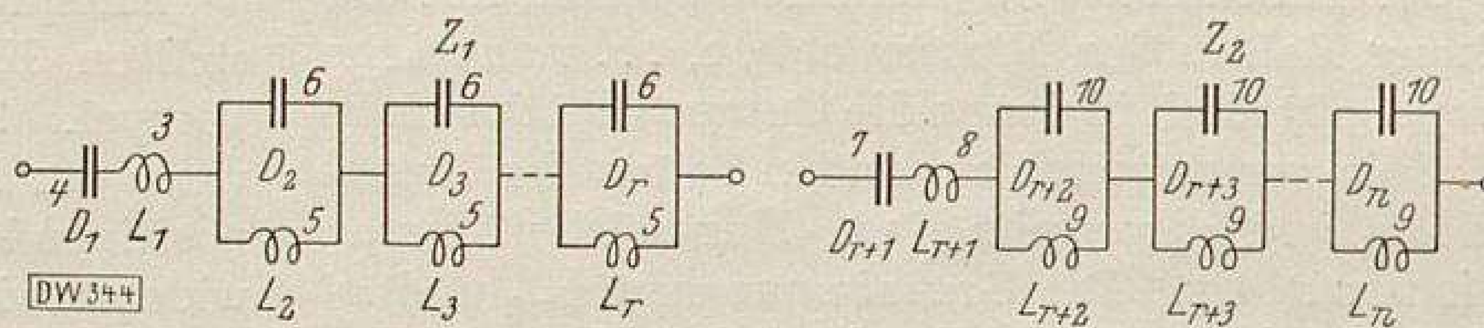


Abb. 2 u. 3. Kanonische Form von Z_1 und Z_2, falls ohmsche Widerstände nicht vorhanden

Das Fortpflanzungsmaß Γ und damit sein reeller Teil, die Dämpfungskonstante A_1, hängen nur vom Quotienten $\frac{Z_2}{Z_1}$ ab, entsprechend der Gleichung

$$e^{\Gamma} = \frac{\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} + 1}{\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} - 1}$$

Der Wellenwiderstand Z andererseits ist in einfachster Weise durch das Produkt $Z_1 Z_2$ bestimmt:

$$Z = \sqrt{Z_1 Z_2}\,.$$

Eine Siebschaltung ist um so besser, je besser die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

In den Sperrbereichen:

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 1,$$

in den Durchlaßbereichen

$$Z_1 Z_2 = R^2,$$

wo R eine Konstante gleich dem Widerstand des gegebenen Sende- oder Empfangsapparates ist. Es versteht sich natürlich, daß diese Gleichungen in der Praxis niemals streng erfüllt werden können. Um die Schreibweise mehr symmetrisch zu machen, sollen statt Z_1 und Z_2 die reduzierten Größen z_1 und z_2 eingeführt werden, gemäß den Gleichungen

$$z_1 = \frac{Z_1}{R}, \quad z_2 = \frac{Z_2}{R}.$$

Die Größe $\sqrt{z_1 z_2}$ wollen wir reduzierten Wellenwiderstand nennen.

Damit lauten die Forderungen:

$$\frac{z_2}{z_1} = 1 \text{ in den Sperrbereichen,}$$

$$z_1 z_2 = 1 \text{ in den Durchlaßbereichen.}$$

Diese Forderungen entsprechen Sperrbereichen unendlich großer Dämpfung und Durchlaßbereichen verschwindender Dämpfung. Um eine gute Approximation an die zweite dieser Forderungen zu erhalten, ist es nötig, daß die ohmschen Widerstände der Schaltung nahezu Null sind. Im folgenden werden daher die Widerstände zunächst als Null vorausgesetzt und hinterher durch eine Korrektion berücksichtigt.

2. Klasseneinteilung der Siebschaltungen

Wir werden die Siebschaltungen in der im folgenden näher erläuterten Weise in Klassen einteilen, und zwar gehört jedes Filter einer Wellenwiderstandsklasse und einer Dämpfungsklasse an. Allgemein gesprochen sind die Filter um so komplizierter gebaut, je höher ihre Klasse ist; dafür erlauben die höheren Klassen aber eine bessere Annäherung an die soeben formulierten idealen Forderungen.

Die vier einfachsten Typen von Siebschaltungen sind: Banddurchlaßfilter (BDF), Bandsperrfilter (BSF), Niederfrequenzdurchlaßfilter (NDF) und Hochfrequenzdurchlaßfilter (HDF).

Alle möglichen Filter dieser vier Typen können durch Benutzung der Tabellen I—IV[2]) erhalten werden, mit der Einschränkung, daß in den Klassen a, b, c, ... nur solche Klassen dargestellt sind, in denen die Gesamtzahl der Nullstellen und Pole symmetrisch zu beiden Seiten der Grenzfrequenzen ω_{-1} und ω_1 verteilt sind. Nur solche Klassen sind praktisch wichtig. Die Grenzfrequenzen ω_{-1} und ω_1 sind definiert als Frequenzen, die einen Sperrbereich und einen Durchlaßbereich trennen. Es wird für die Kreisfrequenz die Bezeichnung $\omega = 2\pi f$ gebraucht und $\lambda = i\omega$ gesetzt, wo i die imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$ ist. Die ω mit Index erscheinen in den Tabellen I—IV der natürlichen Größe nach geordnet, von links nach rechts. Zum Beispiel sind die Resonanz- und Antiresonanzfrequenzen von Z_1 und Z_2 in der Tabelle I für Klasse 6

$$\omega_{-1},\ \omega_{-a},\ \omega_{-b},\ \omega_0,\ \omega_b,\ \omega_a,\ \omega_1,$$

wo

$$\omega_{-1} < \omega_{-a} < \omega_{-b} < \omega_0 < \omega_b < \omega_a < \omega_1.$$

Alle diese ω_ν sind willkürliche Konstanten, ebenso m und μ, welche positiv sind.

Bei der Benutzung dieser Tabellen muß man zuerst feststellen, um welche Type von Filtern es sich handelt. Wenn es sich z. B. um ein Banddurchlaßfilter (BDF) handelt, gibt Tabelle I die Dämpfungscharakteristik $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ für eine der gewünschten Klassen 1, 2, 3,... Tabelle II liefert entsprechend den Wert des Wellenwiderstandes $\sqrt{Z_1 Z_2}$ für jede der gewünschten Klassen a, b, c,... Dieselben Funktionen liefern $\sqrt{Z_1 Z_2}$ und $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ für ein BSF.

Tabellen III und IV geben analog die Werte $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ und $\sqrt{Z_1 Z_2}$ für ein NDF und $\sqrt{Z_1 Z_2}$ und $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ für ein HDF. So ist es möglich, bei gegebenem Produkt und Quotient Z_1 und Z_2 selbst zu berechnen.

[2]) Die Tabellen befinden sich am Schluß.

Die Bezeichnung einer bestimmten Kombination oder Siebschaltungsklasse soll so vereinbart werden, daß zuerst die Dämpfungs- und zuletzt die Wellenwiderstandscharakteristik genannt wird. Zum Beispiel bedeutet ein Filter der Klasse 3 d ein BDF mit der Dämpfungscharakteristik 3 und der Wellenwiderstandscharakteristik *d*. Dagegen bedeutet ein Filter der Klasse d 3 ein BSF mit der Dämpfungscharakteristik *d* und der Wellenwiderstandscharakteristik 3. Das Filter 3 d hat nach Tabelle I

$$\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} = m \frac{\sqrt{\lambda^2 + \omega^2_{-1}}\ (\lambda^2 + \omega^2_{a})}{(\lambda^2 + \omega^2_{-a})\ \sqrt{\lambda^2 + \omega^2_1}}$$

und nach Tabelle II

$$\sqrt{Z_1 Z_2} = \mu \frac{(\lambda^2 + \omega^2_{-a}) \qquad (\lambda^2 + \omega^2_{a})}{\lambda \sqrt{(\lambda^2 + \omega^2_{-1})\ (\lambda^2 + \omega^2_1)}}.$$

Nun ist offenbar

$$Z_1 = \sqrt{Z_1 Z_2} : \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$$

und

$$Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_2} \cdot \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}.$$

Demnach findet man für Klasse 3 d aus den Tabellen I u. II

$$Z_1 = \frac{\mu\ (\lambda^2 + \omega^2_{-a})\ (\lambda^2 + \omega^2_{-a})\ (\lambda^2 + \omega^2_{a})}{m\ \lambda\ \ (\lambda^2 + \omega^2_{-1})\ (\lambda^2 + \omega^2_{a})}$$

und

$$Z_2 = \frac{m\,\mu\ (\lambda^2 + \omega^2_{-a})\ (\lambda^2 + \omega^2_{a})\ (\lambda^2 + \omega^2_{a})}{\lambda\ (\lambda^2 + \omega^2_{-a})\ (\lambda^2 + \omega^2_1)}.$$

Entsprechend jedem Vierpol, der durch die so dargestellten Klassen erhalten wird, existiert ein reziproker Vierpol. Zwei symmetrische Vierpole heißen reziprok, wenn der Kurzschlußwiderstand des ersten (bis auf einen positiven konstanten Faktor) reziprok ist zu dem Leerlaufwiderstand des zweiten und umgekehrt. Jedes Filter, das zu einem anderen reziprok ist, gehört zur selben Type. Es ist überflüssig, besondere Tafeln für den Entwurf dieser reziproken Siebschaltungen aufzustellen. Diese reziproken Siebschaltungen werden aus denselben Tabellen I bis IV dadurch erhalten, daß die zweite, mit * versehene Bedeutung der tabulierten Funktionen genommen wird[2a]). Eine reziproke Siebschaltung soll in derselben Weise bezeichnet werden, wie die Siebschaltung, zu der sie reziprok ist, aber mit einem zusätzlichen Stern. So stellt z. B. eine Siebschaltung der Klasse 3 d* ein BDF dar, das reziprok ist zur Klasse 3 d. Wir erhalten für die Klasse 3 d*

$$\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} = \frac{(\lambda^2 + \omega^2_{-a})\ \sqrt{\lambda^2 + \omega^2_1}}{m \sqrt{\lambda^2 + \omega^2_{-1}}\ (\lambda^2 + \omega^2_{a})}$$

und

$$\sqrt{Z_1 Z_2} = \frac{\lambda \sqrt{(\lambda^2 + \omega^2_{-1})\ (\lambda^2 + \omega^2_1)}}{\mu\ (\lambda^2 + \omega^2_{-a}) \qquad (\lambda^2 + \omega^2_{a})},$$

woraus natürlich folgt, daß Z_1 und Z_2 reziprok sind zu den zur Klasse 3 d gefundenen[2b]).

Alle symmetrischen Siebschaltungen gehören zu der einen oder anderen von diesen Klassen. Auch die wichtigsten unsymmetrischen Schaltungen werden durch obige Klasseneinteilung erfaßt, insofern man mit einer symmetrischen Siebschaltung einen Transformator in Reihe legen oder eine zu einer solchen Reihenanordnung äquivalente

[2a]) Die Vertauschung von $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ und $\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$ ist zwar ohne praktische Bedeutung, aber erforderlich, um im Einklang mit einer allgemeinen Definition reziproker Schaltungen zu bleiben (vgl. Anm. 4).

[2b]) Unterscheidungen wie BDF und BDF* gelten nur für die Tabellen I—IV, VI, VII, XI. Überall sonst kann z. B. BDF sowohl ein Filter mit als auch ein Filter ohne * bedeuten.

Schaltung wählen kann, sodaß eine Anpassung an die beiderseits angeschlossenen Apparate mit den hier klassifizierten Siebschaltungen möglich wird.

Aufgabe der Kurvensammlung ist es, die Wahl der vorteilhaftesten Klasse und der günstigsten Parameter in den in den Tabellen I bis IV angegebenen Funktionen für jede technische Siebschaltungsaufgabe, die überhaupt mit symmetrischen Siebschaltungen gelöst werden kann, möglichst rasch zu ermöglichen.

3. Ausführungsbeispiele von Schaltungen der verschiedenen Siebschaltungsklassen

Setzen wir hier jetzt zunächst einmal voraus, daß wir die Parameter ω_ν, m und μ bereits mit Hilfe der Kurventafeln bestimmt haben. Dann entsteht die Frage der Berechnung der Schaltelemente einer Schaltung aus gegebenen Funktionen Z_1 und Z_2. Es sind sehr viele Möglichkeiten vorhanden, eine Siebschaltung mit den Frequenzcharakteristiken Z_1 und Z_2 zu entwerfen. Ein allgemeines Prinzip, um aus einer realisierenden Schaltung alle äquivalenten Schaltungen zu erhalten, wurde in einer Arbeit „Vierpole"[3]) auseinandergesetzt[4]). Eine weitere Ver-

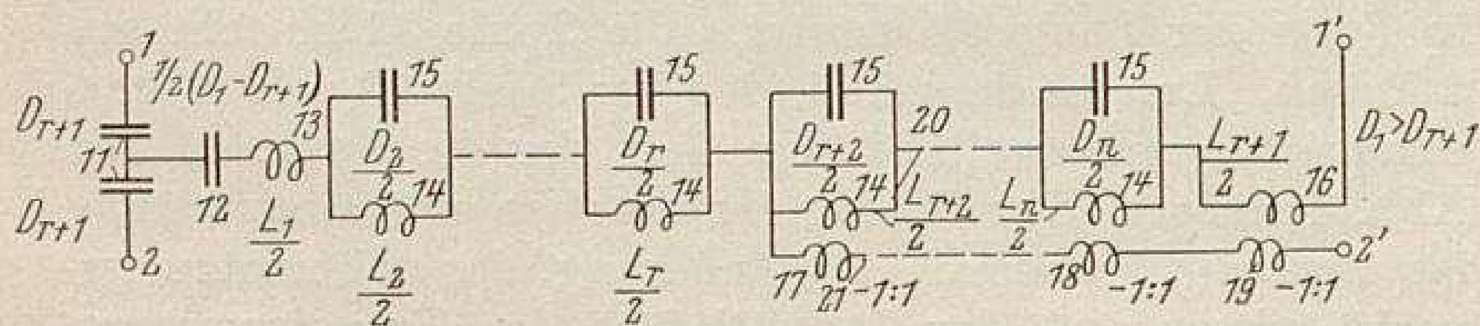


Abb. 4. Kanonische symmetrische Siebschaltung, die im allgemeinen keine überflüssigen Schaltelemente enthält

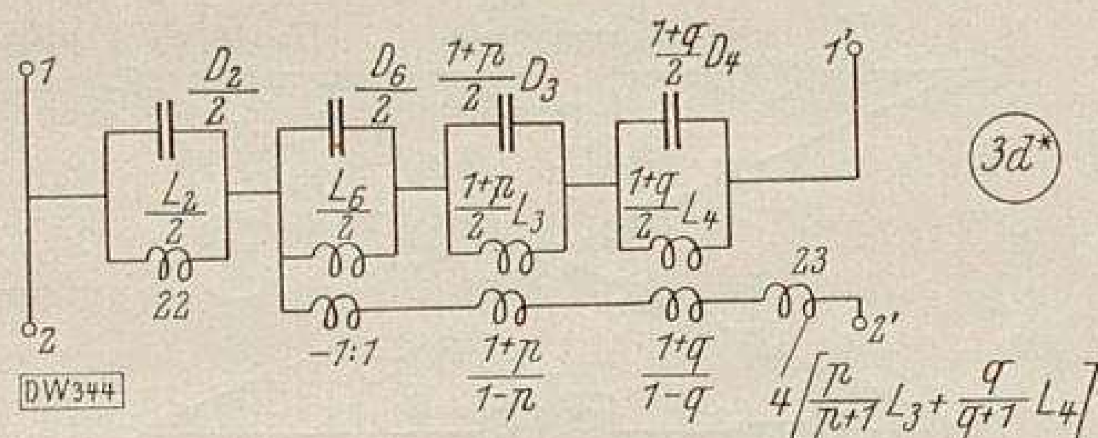


Abb. 5. Spezieller Fall des allgemeinen Filters Abb. 4 (Klasse 3 d*)

öffentlichung „Vierpole ohne ohmsche Widerstände", die sich eingehender mit den speziell für Siebschaltungen wichtigen Fragen befaßt, ist für die E. N. T. geplant. So mag es hier genügen, für jede Klasse ein Beispiel oder einige Beispiele zu geben, darunter solche mit einer möglichst geringen Anzahl von Spulen und Kondensatoren. Die nächstliegende Ausführung ist eine Brückenschaltung, Abb. 1, worin Z_1 und Z_2 z. B. nach Abb. 2 und Abb. 3 ausgeführt werden können. Die Schaltelemente L, D berechnen sich dabei in bekannter Weise durch Partialbruchzerlegung der Funktionen Z_1 und Z_2[5]). Der Zweipol Z_1 von Abb. 2 besteht aus einer Induktivität 3 in Reihe mit einer Kapazität 4 und mit einer Reihe von parallel geschalteten Induktivitäten 5 und Kapazitäten 6. Die Induktivitäten 3 und 5 haben die Werte $L_1, L_2, \ldots, L_r$, und die Kondensatoren 4 und 6 die reziproken Kapazitätswerte $D_1, D_2, \ldots, D_r$. Der Zweipol Z_2 von Abb. 3 besteht analog aus einem Kondensator 7 mit der reziproken Kapazität D_{r+1} in Reihe mit einer Induktivität 8, die den Wert L_{r+1} besitzt, und mit Gruppen von ähnlich parallel geschalteten Paaren von Induktivitäten und Kapazitäten 9, 10, die die Induktivitäten $L_{r+2}, L_{r+3}, \ldots, L_n$ und die reziproken Kapazitätswerte $D_{r+1}, D_{r+2}, D_{r+3}, \ldots, D_n$ besitzen.

Eine Brückenschaltung nach Abb. 1 mit solchen Zweipolen, wie z. B. Abb. 2 und Abb. 3, kann bekanntlich dadurch umgeformt werden, daß entsprechende Spulen gegenüberliegender Zweige auf einen Kern gewickelt werden. Dadurch wird Material gespart. In vielen Fällen aber, besonders wo Symmetrie in Bezug auf a- und b-Ader nicht gefordert wird, sind andere Schaltungen vorteilhafter, da sie noch weniger Schaltelemente besitzen.

Abb. 4 zeigt eine kanonische Schaltung für symmetrische Siebschaltungen, die im allgemeinen keine überflüssigen Schaltelemente enthält. Diese Schaltung ist äquivalent zu der Brückenschaltung Abb. 1 mit den Zweipolen Abb. 2 und Abb. 3 und zeigt auch im einzelnen eine analoge Struktur. Die Schaltung besitzt zwei Eingangsklemmen 1, 1′ und zwei Ausgangsklemmen 2, 2′, wie Abb. 1. Die angegebenen Werte der Induktivitäten und reziproken Kapazitäten sind dieselben, wie in Abb. 2 und 3. Zwischen den linksseitigen Klemmen 1, 2 der Schaltung sind in Reihe zwei Kapazitäten 11 mit den rezikroken Kapazitätswerten D_{r+1} verbunden. Mit einem Punkt zwischen diesen beiden Kondensatoren ist eine weitere Kapazität 12 verbunden, die den rezikroken Wert $\frac{1}{2}$ $(D_1 - D_{r+1})$ besitzt. In dem Fall, daß D_{r+1} größer als D_1 ist, kann dieselbe Schaltung benutzt werden, abgesehen davon, daß Z_1 und Z_2 in Abb. 2 und 3 miteinander vertauscht werden. Eine Spule 13 mit der Induktivität $\frac{L_1}{2}$ liegt in Reihe mit der Kapazität 12. Ferner sind in Reihe verbunden eine Anzahl von parallel geschalteten Paaren von Induktivitäten 14 und Kapazitäten 15 mit den Werten $\frac{L_2}{2}, \frac{D_2}{2}, \ldots, \frac{L_r}{2}, \frac{D_r}{2}, \frac{L_{r+2}}{2}, \frac{D_{r+2}}{2}, \ldots, \frac{L_n}{2}, \frac{D_n}{2}$. Diese liegen in Reihe mit der Induktivität 16, welche den Wert $\frac{L_{r+1}}{2}$ hat. Das andere Ende der letztgenannten Spule ist mit der Klemme 1′ verknüpft. Die mit $\frac{L_{r+2}}{2}, \ldots, \frac{L_n}{2}, \frac{L_{r+1}}{2}$ bezeichneten Spulen sind jede für sich fest gekoppelt mit anderen Spulen 17, ..., 18, 19, derart, daß das Übersetzungsverhältnis der entstehenden Transformatoren 1 : 1 ist. Diese Spulen 17, ..., 18, 19 liegen in Reihe und sind auf der einen Seite mit einem Punkt zwischen den Spulen $\frac{L_r}{2}$ und $\frac{L_{r+2}}{2}$ und auf der anderen Seite mit der Klemme 2′ verknüpft. Das Übersetzungsverhältnis ist in Abb. 4 jedesmal mit — 1 : 1 bezeichnet. Das bedeutet, daß die Punkte 20 und 21 z. B. nicht dieselbe Spannung haben. Hätten sie dieselbe Spannung, so würde das Übersetzungsverhältnis mit 1 : 1 bezeichnet worden sein, und die Spule 17 wäre überflüssig.

Die Äquivalenz von Schaltung Abb. 4 mit Schaltung Abb. 1 kann mathematisch mit Hilfe einer linearen affinen Transformation gezeigt werden. Die Äquivalenz wird aber auch einleuchtend durch Berechnung der Leerlauf- und Kurzschlußwiderstände in beiden Abbildungen. Wenn z. B. die Enden 2, 2′ als offen angesehen werden, in beiden Abb. 1 und 4, dann ist der Wechselstromwiderstand an den Klemmen 1, 1′ in Abb. 1

$$\frac{Z_1 + Z_2}{2},$$

wie sofort zu sehen ist, und dasselbe gilt für Abb. 4. Abb. 5 illustriert einen speziellen Fall (Klasse 3d*) des allgemeinen Filters nach Abb. 4, doch mit einer kleinen Um-

[3]) E. N. T. Bd. 6 (1929) S. 272.

[4]) Eine korrektere Formulierung und die nähere mathematische Begründung findet man in einer Arbeit „Über ein Problem, das drei positiv definite quadratische Formen mit Streckenkomplexen in Beziehung setzt", die in den Mathematischen Annalen 1931 erscheint; vgl. auch Jahresbericht der deutschen Mathematikervereinigung 1929 „Über eine Klasse von Funktionen ...".

[5]) Vgl. z. B. Cauer, Archiv für Elektrotechnik Bd. 17 (1926), S. 368, sowie die in Abschn. 14 behandelte Aufgabe 2.

formung. Es sind keine Schaltelemente vorhanden, die den Elementen 11, 12, 13 in Abb. 4 entsprechen. Die Elemente besitzen Induktivitätswerte und reziproke Kapazitätswerte wie bezeichnet. Die festgekoppelten Transformatoren haben die Übersetzungsverhältnisse

$$-1:1,\quad \frac{1+p}{1-p},\quad \frac{1+q}{1-q};$$

wie sich diese berechnen, wird sogleich gezeigt werden.

Abb. 5 liefert ein Beispiel dafür, daß in vielen Fällen die Zahl der Spulen oder Kapazitäten durch geeignete Wahl der Schaltung noch weiter reduziert werden kann. Der Grund dafür ist, daß im Fall höherer Klassen von Siebschaltungen häufig mehrere Antiresonanzfrequenzen von Z_1 und Z_2 übereinstimmen. Durch die wohlbekannten Methoden der Partialbruchzerlegung ergeben sich im Fall der Klasse 3 d* die Schaltelemente für Abb. 2 und 3 wie folgt:

$$Z_1 = \frac{m\lambda\,(\lambda^2+\omega^2_{-1})\,(\lambda^2+\omega_a^2)}{\mu\,(\lambda^2+\omega^2_{-a})\,(\lambda^2+\omega^2_{-a})\,(\lambda^2+\omega^2_{a})}$$

$$= \lambda\left[\frac{D_2}{\lambda^2+\frac{D_2}{L_2}}+\frac{D_3}{\lambda^2+\frac{D_3}{L_3}}+\frac{D_4}{\lambda^2+\frac{D_4}{L_4}}\right],$$

$$Z_2 = \frac{\lambda\,(\lambda^2+\omega^2_{-a})\,(\lambda^2+\omega_1^2)}{m\mu\,(\lambda^2+\omega^2_{-a})\,(\lambda^2+\omega_a^2)\,(\lambda^2+\omega_a^2)}$$

$$= \lambda\left[\frac{D_6}{\lambda^2+\frac{D_6}{L_6}}+\frac{D_7}{\lambda^2+\frac{D_7}{L_7}}+\frac{D_8}{\lambda^2+\frac{D_8}{L_8}}\right].$$

Hier stimmen die beiden Antiresonanzfrequenzen ω_{-a} und ω_a in Z_1 mit den entsprechenden Antiresonanzfrequenzen in Z_2 überein. Es mögen D_3, L_3 sowie D_7, L_7 der Antiresonanzfrequenz ω_{-a} und D_4, L_4 sowie D_8, L_8 der Antiresonanzfrequenz ω_a entsprechen. Dann folgt

$$\frac{D_7}{D_3} = \frac{L_7}{L_3}$$

und

$$\frac{D_8}{D_4} = \frac{L_8}{L_4}$$

oder

$$D_7 = p\,D_3$$
$$L_7 = p\,L_3$$
$$D_8 = q\,D_4$$
$$L_8 = q\,L_4.$$

Die Parallelschaltungen D_3, L_3 und D_7, L_7 lassen sich also, wie in Abb. 5 gezeichnet, zusammenfassen; das Gleiche gilt von D_4, L_4 und D_8, L_8. Damit dann aber auch

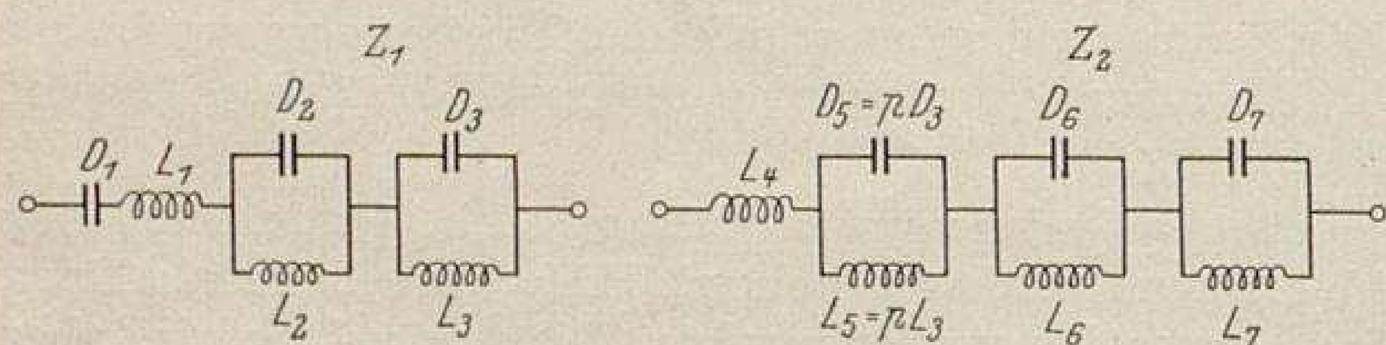


Abb. 6 u. 7. Spezieller Fall der allgemeinen Zweipole Abb. 2 u. 3. (Klasse $4\gamma^*$.)

von den Klemmen 2, 2′ aus gesehen alles unverändert bleibt, müssen die Übersetzungsverhältnisse abweichend von denen der Abb. 4 gewählt und eine Spule 23 hinzugefügt werden und man erhält die in Abb. 5 angegebenen Werte.

Abb. 6 u. 7 zeigen spezielle Fälle für die allgemeinen Zweipole Z_1 und Z_2 in Abb. 2 und 3, wie sie sich speziell für die Klasse $4\gamma^*$ ergeben. Eine Antiresonanzfrequenz in Abb. 6 entspricht einer Antiresonanzfrequenz in Abb. 7, und diese Beziehung ist in der Zeichnung, wie folgt, angedeutet:

$$D_5 = p\,D_3,$$
$$L_5 = p\,L_3.$$

In der Schaltung Abb. 8, die kanonisch ist für die Klasse $4\gamma^*$, wurde die Gleichheit von Antiresonanzfrequenzen in Abb. 6 u. 7 in derselben Weise benutzt, wie in Abb. 5. Weiterhin ist aber in Abb. 8 eine Umformung gemacht, die die Ersparnis einer weiteren Spule erlaubt. Die

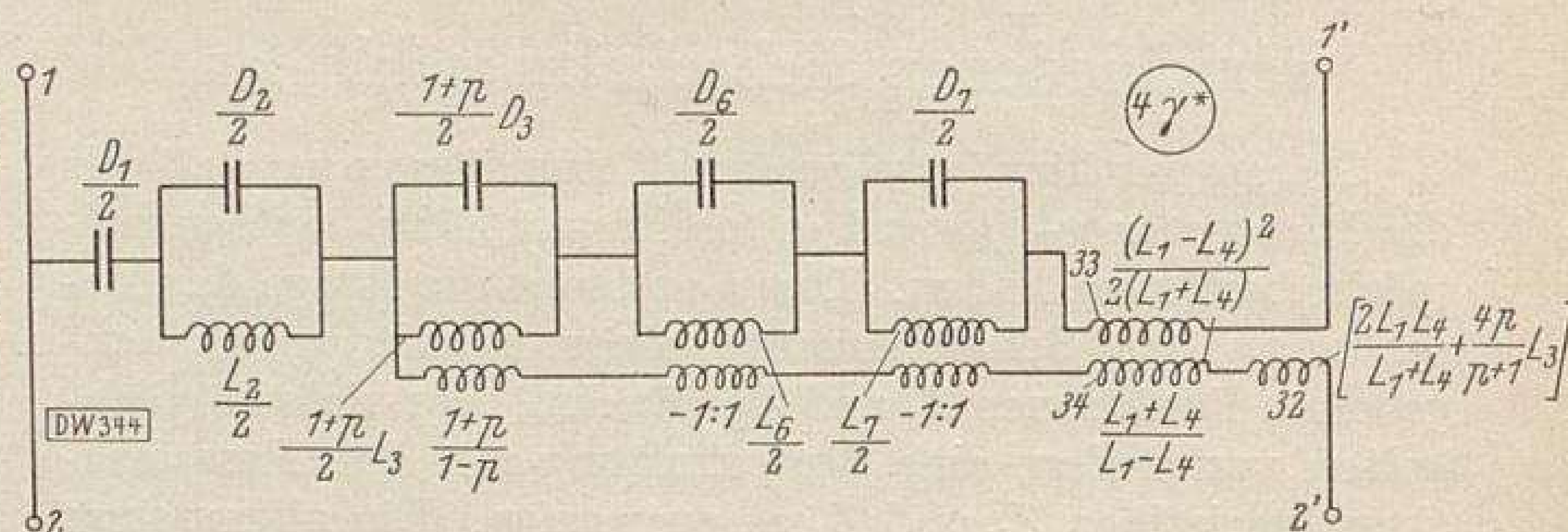


Abb. 8. Spezielles Filter der Klasse $4\gamma^*$

Spule 13 von Abb. 4 ist entfernt und durch ihr Äquivalent in Form der Spule 32 ersetzt. Die Spule 32 besteht aus 2 Teilen. Erstens dem Teil, der der Spule 23 von Abb. 5 entspricht, und zweitens dem Teil, der die Spule 13 von Abb. 4 ersetzt. Der Fehler, der sonst so entstehen würde, ist kompensiert durch Veränderung des Übersetzungsverhältnisses und der Induktivität des Transformators,

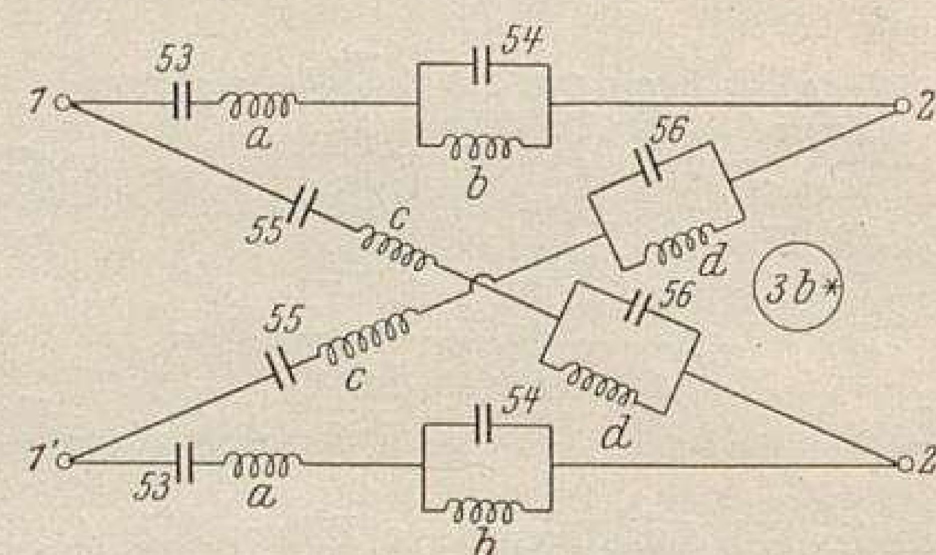


Abb. 9. Vierpol in Brückenschaltung für die Klasse 3b*

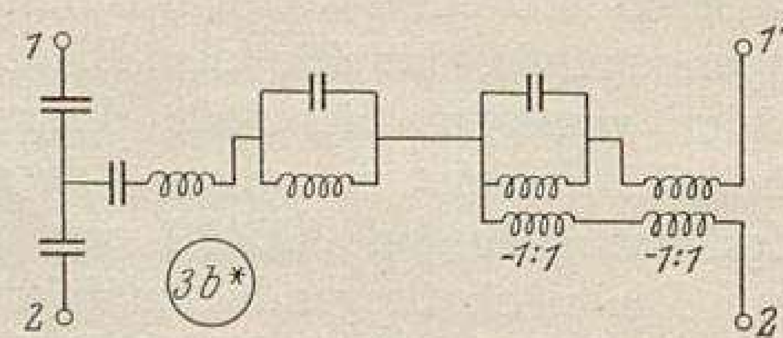


Abb. 10. Äquivalente Schaltung zu dem Vierpol Abb. 9

der aus den Spulen 33 und 34 gebildet wird. Die Werte der Schaltelemente gehen aus der Zeichnung hervor.

Abb. 9, 10 und 11 stellen drei äquivalente kanonische Vierpole für die Klasse 3b* dar. Abb. 9 ist eine Brückenschaltung mit vier Zweigen und ein Spezialfall von Abb. 1. Die Zweige 1, 2 und 1′, 2′ sind einander gleich, ebenso die Zweige 1, 2′ und 1′, 2. Jeder der Zweige 1, 2 und 1′, 2′ enthält einen Kondensator 53, eine Induktivität a und eine Induktivität b parallel mit einem Kondensator 54. Die Zweige 1, 2′ und 1′, 2 haben in ähnlicher Weise jeder einen Kondensator 55, eine Induktivität c und eine Induktivität d parallel mit einem Kondensator 56. Die Spulen a, a sind auf einem einzigen Kern angebracht. Dasselbe gilt für die Spulen b, b, ebenso wie für die Spulen c, c und die Spulen d, d. Diese Brückenschaltung ist dann ein Filter der Klasse 3 b*, wenn die Elemente a, b, c, d, 53, 54, 55, 56 passend bemessen werden. Abb. 10

ist eine Schaltung, die äquivalent ist zu Abb. 9 und einen Spezialfall von Abb. 4 darstellt. Abb. 11 ist eine weitere äquivalente Schaltung, die wie Abb. 9 symmetrisiert ist in Bezug auf *a*- und *b*-Ader und aus Abb. 9 durch eine einfache Umformung hervorgeht. Man denke sich in Abb. 9 die Kapazitäten 54, statt direkt mit *b* verbunden, induktiv fest mit *b* gekoppelt und dann die beiden gekoppelten Kreise mit den Kapazitäten zu einem Kreis mit einer Kapazität vereinigt. Die entsprechenden Umformungen nehme man mit den Kapazitäten 56 bezüglich der Spule *d* vor. So entstehen die Kreise 72, 73 und 74, 75 in Abb. 11. Die Schaltung Abb. 11 enthält 4 Zweige wie Abb. 9. Der erste Zweig enthält einen Kondensator 57 und zwei Spulen 58, 59 in Reihe zwischen den Klemmen 1, 2.

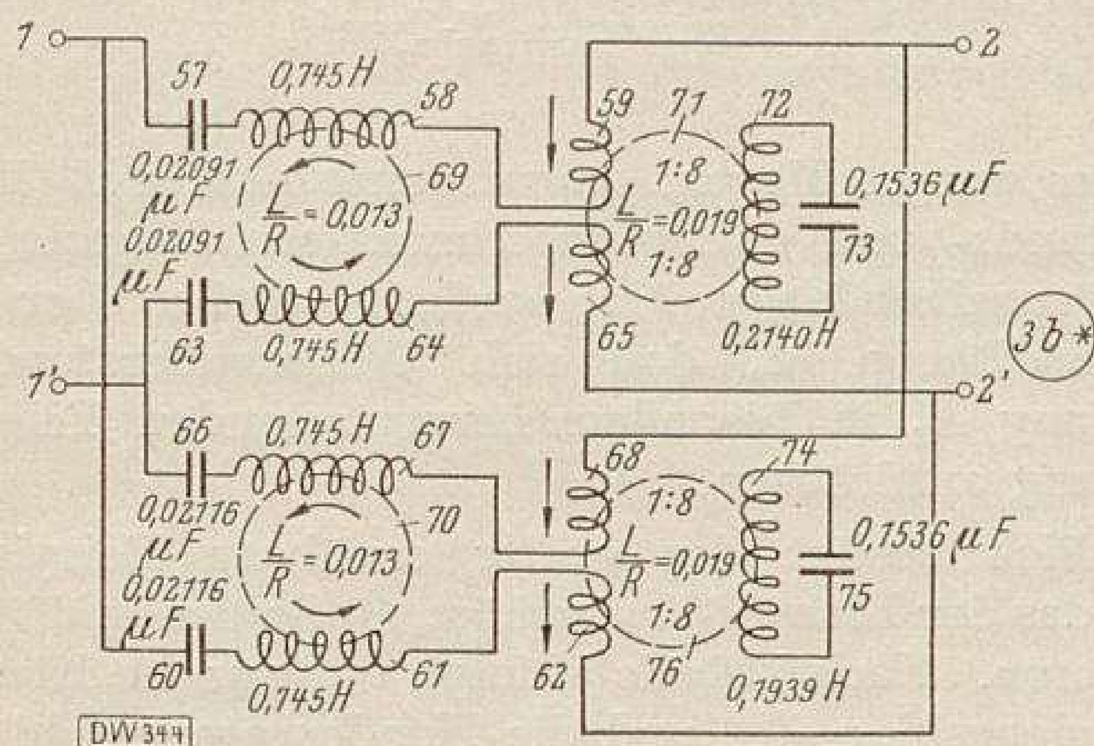


Abb. 11. Äquivalente Schaltung zu dem Vierpol Abb. 9 mit Symmetrie in Bezug auf a- und b-Ader

Der zweite Zweig, zwischen den Klemmen 1, 2′, enthält einen Kondensator 60 und zwei Spulen 61 und 62 in Reihe. Der dritte Zweig enthält einen Kondensator 63 und zwei Spulen 64, 65 in Reihe zwischen den Klemmen 1′, 2′. Der vierte Zweig enthält einen Kondensator 66 und zwei Spulen 67 und 68 zwischen den Klemmen 1′, 2.

Die Spulen 58 und 64 sind fest gekoppelt und auf einem einzigen Kern 69 aufgebracht. Ebenso liegen die beiden Spulen 61 und 67 auf einem einzigen Kern 70. Die Spulen 59 und 65 sind in gleicher Weise auf einem einzigen Kern 71 aufgebracht, zusammen mit einer dritten Spule 72, zu welcher letzteren ein Kondensator 73 parallel geschaltet ist. Die Spulen 59, 65 und 72 sind miteinander fest gekoppelt. Das Entsprechende gilt für die Spulen 62 und 68 und eine dritte Spule 74; zur letzteren ist ein Kondensator 75 parallel geschaltet. Abb. 11 gibt ein Beispiel dafür, wie durch Wahl einer äquivalenten Schaltung Schaltelemente gespart werden können (hier zwei Kondensatoren gegenüber Abb. 9). Ein weiterer Vorteil in dem in der Zeichnung angegebenen numerischen Fall ist die Vermeidung zu großer Kapazitäten, wie sie in Abb. 9 auftreten würden. Die Schaltelemente von Abb. 11 wurden entsprechend einer vorgegebenen Dämpfungs- und Wellenwiderstandsforderung ermittelt. Das Erfülltsein aller Forderungen wurde nach der Rechnung experimentell bestätigt. Die Aufgabe, die in diesem Fall vorlag, wird zusammen mit anderen numerischen Beispielen, welche die Benutzung des vorliegenden Kurvenmaterials und die Vorteile dieser Benutzung illustrieren sollen, weiter unten beschrieben werden (14. Aufgabe 4).

Abb. 12 ist ein spezieller Fall von Abb. 1 mit Zweipolen Z_1 und Z_2 so, daß ein Filter der Klasse 3 b entsteht. In diesem Beispiel sind Z_1 und Z_2 nicht von der Struktur der Abb. 2 und 3, sondern gemäß der Partialbruchzerlegung der reziproken Werte von Z_1 und Z_2 gewonnen. Die Spulen mit denselben Buchstaben sind auf einen einzigen Kern gewickelt zu denken, mit dem Resultat, daß sie für Fabrikationszwecke als eine einzige Spule betrachtet werden können, wodurch die Zahl der Spulen im Filter reduziert wird. Wir wollen übereinkommen, stets zwei oder mehrere Spulen, die auf demselben

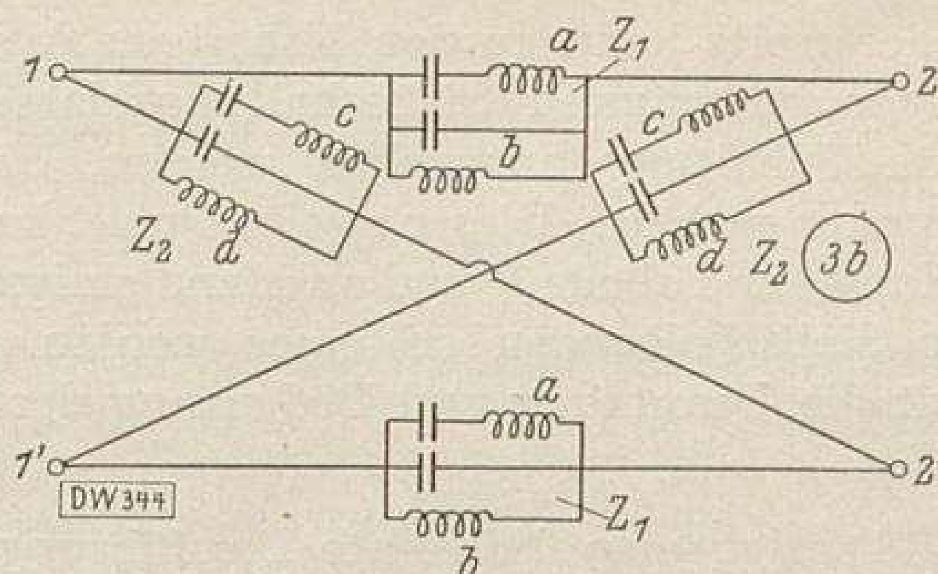


Abb. 12. Vierpol in Brückenschaltung für die Klasse 3 b

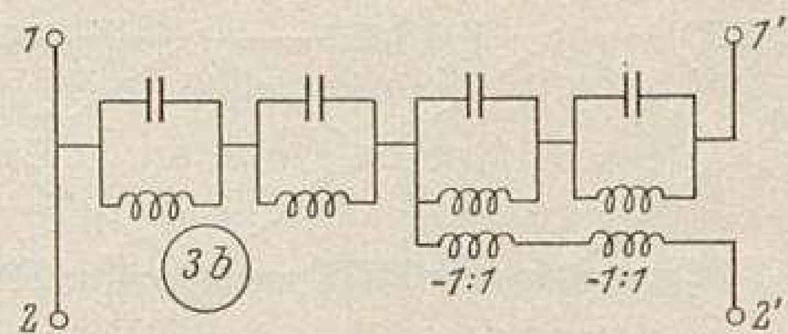


Abb. 13. Zu Abb. 12 äquivalenter Vierpol der Klasse 3 b

Kern liegen und fest miteinander gekoppelt sind, als eine Spule zu zählen.

Abb. 13 ist ein zu Abb. 12 äquivalenter kanonischer Vierpol der Klasse 3b und ist ein spezieller Fall der Abb. 4.

4. Mindestzahlen der für eine gegebene Siebschaltungsklasse erforderlichen Schaltelemente

Bei dem Entwurf einer Siebschaltung ist es wichtig zu wissen, wieviel Schaltelemente mindestens für die Realisierung einer bestimmten Klasse erforderlich sind. In der Tabelle V sind solche Mindestzahlen von Kapazitäten und Spulen angegeben. Diese Zahlen können durch Benutzung der allgemeinen kanonischen Form Abb. 4 und der speziellen Umformungen dieser Schaltung, wie sie an Hand der Abb. 5 und 8 erläutert wurden, nachgeprüft werden. Es erübrigt sich offenbar, für jede einzelne Klasse nach Art von Abb. 4, 5 und 8 ein Ausführungsbeispiel anzugeben, da der jedesmalige Rechnungsgang und die jedesmalige Form der Schaltung nach den Ausführungen über Abb. 4, 5 und 8 hinreichend klar ist. Die zur Partialbruchzerlegung erforderliche numerische Rechnung wird in Aufgabe 2 in dem Abschnitt 14 über numerische Beispiele erläutert. Es wird darauf hingewiesen, daß die angegebenen Zahlen der Kapazitäten und Spulen nur im allgemeinen Mindestzahlen sind und gelegentlich noch weiter verringert werden können. Andererseits kann es durch besondere Anforderungen über die Struktur der Schaltung, wie Symmetrie in Bezug auf a- und b-Ader, erforderlich werden, eine Ausführungsform zu wählen, die einige Spulen oder Kapazitäten oder beides mehr besitzt, als in der Tabelle V angegeben. In dieser Tabelle bedeutet die erste Spalte die Klassennummer der Siebschaltung, wie z. B. 5 a, die zweite Spalte die Anzahl der Spulen S und die dritte die Anzahl der Kapazitäten K; m, n stellen ganze Zahlen dar; a_n bedeutet den allgemeinen Ausdruck für eine der Klassen a, b, c, d, ..., und α_n bedeutet in gleicher Weise den allgemeinen Ausdruck für die Klassen α, β, γ, δ, ... Z. B. ist

$$a_2 = b$$

und

$$\alpha_2 = \beta.$$

Das hier beschriebene Verfahren zum Entwurf von Siebschaltungen bietet Vorteile zweierlei Art gegenüber

den bisher bekannten Siebschaltungen. Einmal kann für eine gegebene technische Aufgabe oft eine niedrigere Klasse gewählt werden, als das bisher in der Praxis geschah, andererseits kann zu den bisherigen Ausführungsformen einer bestimmten Siebschaltungsklasse oft eine äquivalente Schaltung angegeben werden, die weniger Schaltelemente enthält. Dieser zweite Punkt kann bereits jetzt an Hand der Tabelle V und an Hand einiger Beispiele bekannter Siebschaltungen erläutert werden. Zugleich wird damit die Benutzung und Bedeutung der Tabelle V klar.

Abb. 14 zeigt eine bekannte Ausführungsform der Klasse 3 b*, bestehend aus einer Reihenschaltung von

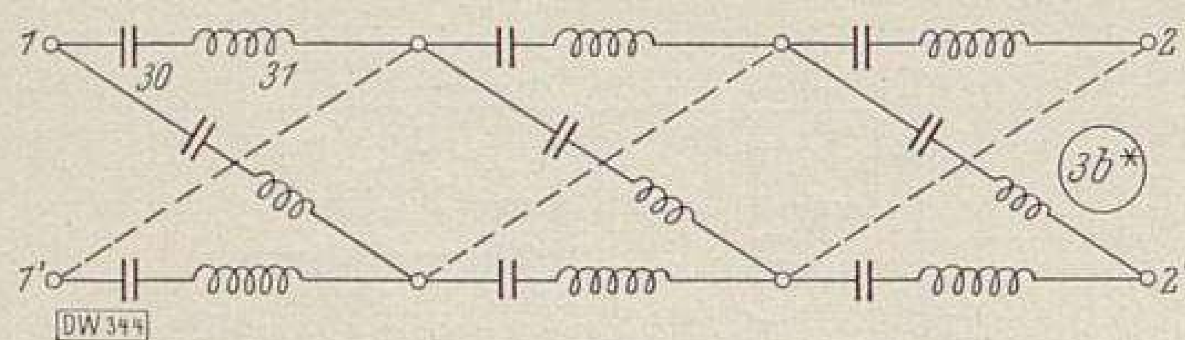


Abb. 14. Nichtkanonische Schaltung der Klasse 3 b*

drei gleichen Kreuzgliedern, deren jedes der Klasse 1b* angehört (vgl. Abb. 15). Abb. 15 hat in den Zweigen 1, 2 und 1', 2' den gleichen Wechselstromwiderstand, bestehend aus einer Reihenschaltung einer Kapazität 30 und einer Induktivität 31. Analoges gilt für die Zweige 1, 2' und 1', 2. Abgesehen von der zu großen Anzahl von Elementen hat Abb. 14, wie die folgenden angeführten Beispiele der Praxis, den Nachteil, daß durch die spezielle

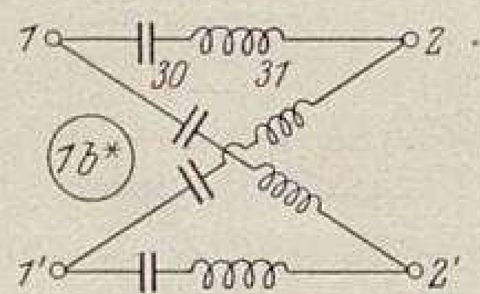


Abb. 15. Kreuzglied der Klasse 1 b*

Ausführung in Kettenform von vornherein gewisse Beschränkungen in der Wahl der Parameter auferlegt werden. Abb. 14 ist demnach nicht etwa eine kanonische Schaltung für die Klasse 3 b*. Abb. 16 zeigt eine Schaltung nach Zobel mit Endschaltungen der sogenannten M-Type. Diese Schaltung gehört der Klasse 6 d* an. Ein weiteres Beispiel einer bekannten Siebschaltung mehr komplizierter Struktur, die als Ganzes einen symmetrischen Vierpol repräsentiert, ist das Musterbeispiel von Zobel [6]). Dieses Filter gehört zur Klasse 6 d.

Die Tabelle V gibt für den Fall der Klasse n b* $n+1$ Spulen und $n+2$ Kondensatoren an. In dem besonderen Fall, wo $n=3$ ist, also 4 Spulen und 5 Kondensatoren, wie durch Abb. 10 bewiesen wird. Demgegenüber enthält das bisher praktisch gebrauchte, in Abb. 14 dargestellte Filter 12 Kondensatoren und 6 Spulen unter der Voraussetzung, daß gegenüberliegende Spulen auf einen Kern gewickelt und als eine Spule gerechnet werden. Das gibt eine Ersparnis von 2 Spulen und 7 Kondensatoren.

Abb. 16, die zur Klasse 6d* gehört, enthält 9 Spulen und 9 Kondensatoren. Nach der Tabelle V ergeben sich für Klasse n d* $n+2$ Spulen und $n+1$ Kondensatoren. In diesem besonderen Fall, wo $n=6$, also 8 Spulen und 7 Kondensatoren. Das gibt eine Ersparnis von einer Spule und zwei Kondensatoren. Die überflüssigen Schaltelemente sind hier auf die Verwendung einer besonderen Endschaltung zur Erzielung einer höheren Wellenwiderstandsklasse (d*) zurückzuführen. Überhaupt erweist es sich als vorteilhaft, den Entwurf von Siebschaltungen,

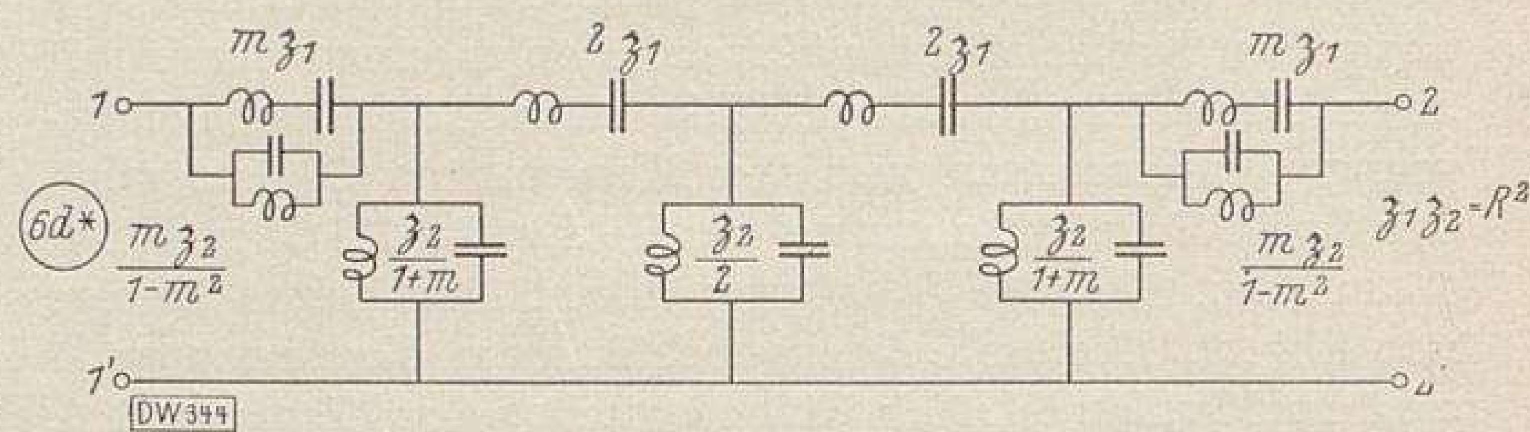


Abb. 16. Schaltung nach Zobel mit Endschaltungen der sogenannten M-Type [6a])

wie hier vorgeschlagen, so vorzunehmen, daß Wellenwiderstands- und Dämpfungscharakteristik ganz unabhängig voneinander gewählt werden, wobei es aber durchaus überflüssig ist, daß sich Wellenwiderstand und Dämpfung A_1 in besonders hervortretenden Teilen der Schaltung ausdrücken.

Endlich besitzt das weiter erwähnte Beispiel von Zobel, das der Klasse 6 d angehört, 10 Spulen und 10 Kondensatoren. Nach Tabelle V folgt, daß für die Klasse n d die Spulenzahl $n+3$ und die Kondensatorenzahl $n+4$ ist, oder, in diesem Fall, wo $n=6$, 9 Spulen und 10 Kondensatoren. Es ist also möglich, eine Spule zu sparen.

5. Tschebyscheffsche Approximation der 1 durch $\sqrt{z_1 z_2}$ bzw. $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$

Nachdem es nunmehr klar ist, in welcher Weise man zu gegebenen rationalen Funktionen Z_1 und Z_2 in mannigfaltiger Weise Schaltungen erhalten kann, gehen wir zur Erklärung der Wahl der geeignetsten rationalen Funktionen Z_1 und Z_2 für die Lösung einer vorgelegten technischen Siebschaltungsaufgabe über. Dazu soll zunächst das charakteristische Verhalten von Dämpfungs- und Wellenwiderstandskurven (A_1- und $\sqrt{z_1 z_2}$-Kurven) beschrieben werden, die einer für die Praxis besonders vorteilhaften Wahl der in $\sqrt{Z_1 Z_2}$ und $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ auftretenden willkürlichen Parameter entsprechen. Das möge an dem speziellen Fall eines engen BDF unter Benutzung von Abb. 17 und Blatt 3 erläutert werden. „Eng" bedeutet

$$\frac{\omega_1 - \omega_{-1}}{\omega_{-1} + \omega_1} \ll 1.$$

In diesen Kurvendiagrammen (Abb. 17 und Blatt 3) ist als Abszisse nicht die Frequenz f oder die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ genommen, sondern die normierte Frequenz Ω[6b]), wo

$$\Omega = \frac{2\,\omega - (\omega_{-1} + \omega_1)}{\omega_1 - \omega_{-1}}.$$

Dies ist lediglich eine zweckmäßige Festsetzung, die Symmetrie zur Folge hat. Die Grenzfrequenzen sind dann bestimmt durch

$$\Omega = \pm 1.$$

[6]) Vgl. „The Bell System Techn. Journ.", Jan. 1923, s. 31. — Siehe auch T. E. Shea, Transmission networks and wave filters, New York 1929 p. 323.

[6a]) $\mathfrak{z}_1$ ist der Wechselstromwiderstand einer Reihenschaltung von Kapazität und Induktivität und hat ebensowenig wie $\mathfrak{z}_2$ etwas mit Z_1, Z_2 oder z_1, z_2 zu tun.

[6b]) Man beachte die später S. 8 u. 9 oben links eingeführte Unterscheidung Ω, $\widetilde{\Omega}$ und H, Θ.

Ordinate in Abb. 17 ist der reduzierte Wellenwiderstand $\sqrt{z_1 z_2}$, wo z_1 und z_2 die auf Seite 2 definierten reduzierten Größen sind.

Es handelt sich darum, daß $\sqrt{z_1 z_2}$ möglichst gut den Wert 1 approximiert.

Für Filter mit relativ engem Durchlaßbereich ist es möglich, Wellenwiderstands- und Dämpfungscharakteristiken derart zu wählen, daß sie symmetrisch sind in Bezug auf beide Grenzfrequenzen f_1 und f_{-1}, wo $\Omega = \pm 1$, und nur solche Charakteristiken sind in den Kurven Abb. 17 und Blatt 3 gezeichnet. Der Wellenwiderstand in den ungeraden Klassen a, c, e, ... nimmt den reziproken Wert an, wenn für Ω der negative Wert $-\Omega$ gesetzt wird. Alle anderen Charakteristiken gehen bei dieser Substitution in ihre Spiegelbilder in Bezug auf die Achse $\Omega = 0$ über. Daher beschränkt sich die zeichnerische Darstellung auf positive Werte von Ω.

In Abb. 17 sind Wellenwiderstandskurven der Klassen c, d, e, f aufgezeichnet. Während die Ordinate eine logarithmische Teilung besitzt, ist die der Abszisse gleichmäßig. Die Kurven der Klassen c, d, e und f

Abb. 17. Wellenwiderstandskurven mit Tschebyscheffschem Verhalten der Klassen c bis f

sind so gewählt, daß sie in dieser logarithmischen Skala eine Minimalabweichung von der Geraden $\sqrt{z_1 z_2} = 1$ in dem Intervall

$$-\varkappa < \Omega < \varkappa$$

zeigen. In dem besonderen Fall, der dargestellt ist, sind die Enden des Approximationsintervalls 0,95 und — 0,95. Die Intervallgrenze $\varkappa = 0{,}95$ ist in der Zeichnung dargestellt. Die nicht dargestellte Intervallgrenze $-\varkappa = -0{,}95$ ist das Spiegelbild der anderen in Bezug auf die Achse $\Omega = 0$. Die spezielle Wahl von $\varkappa$ gilt nur für die dargestellte Zeichnung. Sonst ist die einzige Einschränkung die, daß

$$0 < \varkappa < 1.$$

Die Intervallgrenzen des Approximationsintervalls können beliebig nahe ± 1, d. h. beliebig nahe den Siebgrenzen gewählt werden, aber nicht $= \pm 1$. Ein Blick auf die Kurven *c*, *d*, *e* und *f* zeigt, daß zwischen den Intervallgrenzen $\Omega = \varkappa$ und $\Omega = -\varkappa$ ihre Maxima und Minima abwechselnd liegen; außerdem wird der Maximal- oder Minimalwert an den Intervallgrenzen selbst angenommen. Z. B. hat die Kurven *f* drei Minima und zwei Maxima in dem Innern des Intervalls und zwei Maxima an den Grenzen. Zwei von den drei Minima sind F_1, F_2, während das dritte Minimum das Spiegelblid von F_1 in Bezug auf die Achse $\Omega = 0$ ist. Das eine der beiden inneren Maxima liegt bei F_3, das andere ist in gleicher Weise ein Spiegelbild von diesem in Bezug auf die Achse $\Omega = 0$. Das eine der beiden Maxima an den Grenzen lieg bei F_4, das andere ist wiederum ein Spiegelbild von diesem.

Die Kurven schwanken hin und her zwischen zwei geraden Linien, welche parallel zur Geraden

$$\log \sqrt{z_1 z_2} = 0$$

sind und beide denselben Abstand $\log H$ von dieser Geraden besitzen. Z. B. sind für die Kurve *f* die zwei geraden Linien mit f_{I} und f_{II} bezeichnet. Der Abstand $\log H$ nimmt ab und die Anzahl der inneren Maxima und Minima wächst, wenn die Klassenzahl wächst, für dasselbe gegebene $\varkappa$. Z. B. hat Kurve *f* eine größere Anzahl von Maxima und Minima als Kurve *e*, welche ihrerseits wieder eine größere Anzahl hat als Kurve *d*, usw. Aus Abb. 17 ist ersichtlich, daß der Abstand $\log H$ für die Kurve *f* kleiner ist als für die Kurve *e*, und für die Kurve *e* kleiner ist als für die Kurve *d*, usw. Daraus geht hervor, daß mit wachsender Nummer der Siebschaltungsklasse $\log H$ abnimmt und die Approximation an den Idealwert $\sqrt{z_1 z_2} = 1$ besser und besser wird.

Wenn für eine gegebene Klassennummer $\varkappa$ näher und näher der Grenzfrequenz $\Omega = 1$ gewählt wird, strebt $\log H$ nach ∞. Um einen gegebenen Wert von $\log H$ aufrecht zu erhalten, ist es daher bei wachsendem $\varkappa$ nötig, ein Filter höherer Klasse zu wählen.

Das charakteristische Verhalten der besten Dämpfungskurven für ein enges BDF ist ganz analog dem der besten Wellenwiderstandskurven. Hier handelt es sich darum, daß $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ möglichst gut die 1 approximiert. Wird $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ als Ordinate genommen, so ist der einzige Unterschied gegenüber den Wellenwiderstandskurven Abb. 17, daß Ω mit $\frac{1}{\Omega}$ vertauscht wird, und an Stelle des Approximationsintervalls

$$-\varkappa < \Omega < \varkappa$$

die beiden Intervalle

$$-\infty < \Omega < -k$$

und

$$k < \Omega < \infty$$

treten. k unterliegt lediglich der Bedingung

$$k > 1$$

und kann beliebig nahe der 1, aber nicht gleich 1 gewählt werden. In Blatt 3, wo Dämpfungskurven der Klassen 2, 3, 4, 5, 6 dargestellt sind, ist nun als Ordinate nicht $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$, sondern A_1 in gleichmäßigem Maßstab aufgetragen. Dies läßt sich als verzerrter Maßstab für $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ auffassen, wenn die auf S. 1 und in Tabelle XII angegebene Beziehung zwischen A_1 und $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$

$$A_1 = \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{z_2}{z_1}} + 1}{\sqrt{\frac{z_2}{z_1}} - 1} \right|$$

berücksichtigt wird. Für die jetzige Erläuterung kommt diejenige Abszissen- und Ordinatenbezeichnung von Blatt 3 in Frage, die in der linken unteren Ecke angegeben ist. Abszisse ist wieder die normierte Frequenz Ω, aber diesmal in reziproker Skala aufgetragen, sodaß das volle Intervall $1 < \Omega < \infty$, in dem die Dämpfung A_1 von

Null verschieden ist, abgelesen werden kann. Den geraden Linien

$$\log \sqrt{z_1 z_2} = \log H$$

von Abb. 17, wie z. B. den Geraden f_I und f_{II}, entspricht in Blatt 3 eine Gerade der Minimaldämpfung $A_1 = A_{1\,min}$. In Blatt 3 ist der spezielle Fall dargestellt, daß $A_{1\,min} = 3{,}7$ ist. Zum Unterschied von Abb. 17 sind hier Kurven 2, 3, 4, 5, 6 mit gleichem $A_{1\,min}$ ($\log H$), aber verschiedenem k zusammengestellt, während in Abb. 17 die k entsprechende Größe $\varkappa$ für alle Kurven dieselbe ist. Man sieht deutlich, wie von einer bestimmten Frequenz $\Omega = k$ an, die mit wachsender Klassenzahl sich der normierten Grenzfrequenz 1 beliebig nähert, die betreffende Dämpfungskurve dauernd oberhalb $A_1 = A_{1\min}$ verläuft und diesen Minimalwert in ihren Minima genau erreicht. Wie erwähnt, verlaufen die Dämpfungskurven für negative Ω spiegelbildlich zur Achse $\Omega = 0$.

Entsprechendes gilt für alle anderen Typen von Filtern. Z. B. können die Kurven von Abb. 17 auch als $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$- Kurven für ein BSF aufgefaßt werden.

Wenn die willkürlichen Parameter so gewählt werden, daß die Funktionen $\sqrt{z_1 z_2}$ und $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ sich in gewissen Approximationsintervallen so verhalten, wie eben beschrieben, wollen wir sagen, daß die Frequenzcharakteristiken Tschebyscheffsches Verhalten zeigen. Die Parameter mögen Tschebyscheffsche Parameter und die Approximationsintervalle [7]) Tschebyscheff - Intervalle heißen. Die Werte der Tschebyscheffschen Parameter sind nicht schon allein durch die Grenzfrequenzen, sondern erst durch die Angabe der genauen Approximationsintervalle bestimmt. Sie hängen also von einem Parameter $\varkappa$ oder k ab.

6. Normierte Funktionen $\sqrt{z_1 z_2}$ und $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ von Ω ($\widetilde{\Omega}$). Tschebyscheffsche Parameter

Von einigen Kurvenblättern mit besonderem Zweck abgesehen, besteht das gesamte Kurvenmaterial aus Tschebyscheffschen $\sqrt{z_1 z_2}$ - und $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ -Kurven und gewissen Funktionen von diesen. Aus ökonomischen Gründen ist als Abszisse stets eine normierte Frequenz Ω oder $\widetilde{\Omega}$ genommen. Im Fall enger BDF (oder BSF) kann, wie erwähnt, diese näherungsweise als

$$\Omega = \frac{2f - f_{-1} - f_1}{f_1 - f_{-1}}$$

gedeutet werden. Es erweist sich allgemein als zweckmäßig, statt der Funktionen $\sqrt{Z_1 Z_2}$ und $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ von $i\,\omega = \lambda$ in den Tabellen I bis IV gewisse normierte Funktionen $\sqrt{z_1 z_2}$ und $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ von Ω ($\widetilde{\Omega}$) einzuführen. Diese sind für die verschiedenen Filtertypen und -klassen in den Tabellen VI und VII zusammengestellt. Die Funktionen der Tabelle VII können aus denen der Tabelle VI durch die Transformationen

$$\Omega = \frac{1}{\widetilde{\Omega}}$$
$$H = \Theta$$
$$\mathrm{a} = \frac{1}{\alpha}$$
$$b = \frac{1}{\beta}$$
$$c = \frac{1}{\gamma}$$
$$\cdots\cdots$$

erhalten werden. Die willkürlichen Konstanten H, a, b, c, ..., Θ, α, β, γ, ..., die darin auftreten, sind lediglich der Bedingung unterworfen, daß sie positiv sind und daß

$$1 > \mathrm{a} > b > c > \ldots$$

und

$$1 < \alpha < \beta < \gamma < \ldots$$

Diese Parameter erhalten aber spezielle Werte, wenn Tschebyscheffsches Verhalten der Charakteristiken verlangt wird. Solche Parameter sind dem Kurvenmaterial zugrunde gelegt und können durch mathematische Formeln ausgedrückt werden, wie sie die Tabellen VIII und IX angeben. $\Omega = \pm k$ und $\widetilde{\Omega} = \pm \varkappa$ bedeuten darin wie vorher die Grenzen der Tschebyscheff-Intervalle, ausgedrückt durch die normierten Frequenzen.

sn bedeutet die Jacobische elliptische Funktion,
k^{-1}, bzw. $\varkappa$ ist der Modul,
K, bzw. K ist das vollständige elliptische Integral erster Gattung,
H, bzw. Θ ist der Maximalwert des reduzierten Wellenwiderstandes $\frac{Z}{R}$ in einem Tschebyscheff-Intervall (vergl. Abb. 17).

Der Minimalwert der Dämpfungskonstante in einem Tschebyscheff-Intervall ist

$$A_{1\min} = \ln \frac{H+1}{H-1}$$

für BDF und NDF bzw.

$$A'_{1\min} = \ln \frac{\Theta+1}{\Theta-1}$$

für BSF und HDF. K (K) und sn können in wohlbekannter Weise, z. B. mit Hilfe der Funktionentafeln von Potin (Formules et tables numériques, Paris 1925, S. 754) ermittelt werden.

7. Frequenztransformationen

Setzt man die angegebene Näherungsformel (S. 6) für enge BDF (oder BSF) für Ω ($\widetilde{\Omega}$) in Tabelle VI und VII ein, so findet man unter der Voraussetzung

$$\frac{\omega_1 - \omega_{-1}}{\omega_{-1} + \omega_1} \ll 1$$

dann näherungsweise die in Tabellen I u. II angegebenen Funktionen für die verschiedenen Klassen. Für alle Typen und fast alle Klassen kann aber eine Reihe von Frequenztransformationen angewandt werden, die exakt die normierten Funktionen der Tabellen VI und VII in die der Tabellen I bis IV überführen. Dabei entsprechen den auf dieser Seite in Abschn. 6 angegebenen Ungleichungen die für die physikalische Realisierbarkeit notwendigen und hinreichenden Ungleichungen auf S. 2. Die Wahl der speziellen Frequenztransformationen und damit die spezielle Deutung der gegebenen Kurven mit normierter Frequenz Ω ($\widetilde{\Omega}$) als Abszisse hängt von der vorliegenden praktischen Aufgabe, und damit von der Filtertype, der Klassen-

[7]) Sind 2 Approximationsintervalle vorhanden und eine Intervallgrenze $\omega = 0$ oder $\omega = \infty$, so wollen wir auch dann noch von Tschebyscheffscher Approximation sprechen, wenn für $\omega = 0$ oder $\omega = \infty$ kein Maximum oder Minimum von $\sqrt{z_1 z_2}$ oder $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ vorliegt.

nummer, den Grenzfrequenzen f_{-1}, f_1 und den Tschebyscheff-Intervallen ab. Da die Transformationen für die Klassen mit Nummer und die Klassen mit Buchstaben für dieselbe Siebschaltung notwendig oder zweckmäßig oft verschieden gewählt werden, ist für die Klassen mit Nummer die normierte Frequenz mit Ω und für die Klassen mit Buchstaben die normierte Frequenz anders, nämlich mit $\widetilde{\Omega}$, bezeichnet.

Eine Übersicht über die verschiedenen Frequenztransformationen, die für die verschiedenen Filtertypen, Klassen und Tschebyscheff-Intervalle in Frage kommen, gibt Tabelle X. $k > 1$, $\varkappa < 1$ sind wieder die Grenzen der Tschebyscheff-Intervalle bei Zugrundelegung der normierten Frequenz Ω $(\widetilde{\Omega})$. Die dritte Spalte der Tabelle X drückt diese Größen durch die gegebenen Grenzen der Tschebyscheff-Intervalle und die Grenzfrequenzen aus. η, $\widetilde{\eta}$ sind Parameter, welche die ohmschen Widerstände berücksichtigen und in Abschn. 8 erläutert werden. Die mittlere Frequenz f_0 $(\widetilde{f}_0)$ ist diejenige Frequenz, die der normierten Frequenz $\Omega = 0$ $(\widetilde{\Omega} = 0)$ entspricht. $f_{\pm k}$, bzw. $f_{\pm\varkappa}$ entsprechen analog den normierten Frequenzen $\Omega = \pm k$, bezw. $\widetilde{\Omega} = \pm \varkappa$. η_0 $(\widetilde{\eta}_0)$ bzw. η_1 $(\widetilde{\eta}_1)$ sind die Werte η $(\widetilde{\eta})$ für $f = f_0$ $(\widetilde{f}_0)$ bzw. $f = f_1$.

Die angegebenen Transformationen erweitern den Anwendungsbereich des Kurvenmaterials wesentlich über das Ausgangsbeispiel eines BDF mit engem Durchlaßbereich hinaus, nämlich auf beliebig breite BDF, BSF, NDF, HDF. Die erste Transformation der Tabelle X ermöglicht unter anderem breite BDF mit Tschebyscheffscher Dämpfungscharakteristik zu konstruieren, wobei die Enden der Tschebyscheff-Intervalle (f_{-k} und f_k) beiderseits der Siebgrenzen f_{-1} und f_1, und damit die Steilheit des Dämpfungsanstiegs zu beiden Seiten der Siebgrenzen unabhängig beliebig vorgeschrieben werden kann. Der Unsymmetriefaktor σ ist dabei gemäß dem in der Spalte „Bemerkungen" angegebenen Wert zu wählen. Der vereinfachte Fall $\sigma = 1$ entspricht einer gewissen Symmetrie der Grenzen der Tschebyscheff-Intervalle, wie die letzte Spalte der Tabelle X angibt. Für NDF und HDF findet man in Tabelle X Transformationen, die unter anderem Aufgaben zu lösen gestatten, bei denen eine Minimaldämpfung nicht im vollen Hochfrequenzbereich

$$f_k < f < \infty$$

oder im vollen Niederfrequenzbereich

$$0 < f < f_\varkappa,$$

sondern nur in einem Teilbereich

$$f_{k1} < f < f_{k2}$$

bzw.

$$f_{\varkappa 2} < f < f_{\varkappa 1}$$

gefordert wird, oberhalb bzw. unterhalb dessen die Dämpfung beliebig verlaufen darf. Etwas Analoges ist für BDF möglich, wie aus der zweiten Frequenztransformation folgt. Die für die Klassen a, c, e, ... angegebene Transformation gilt nur näherungsweise für enge BDF oder BSF. Setzt man

$$\widetilde{\Omega} = \frac{2f^2 - f^2_{-1} - f^2_1}{f^2_1 - f^2_{-1}}$$

in die Tabelle VII $a, c, e, \ldots$ ein, so erhält man die in Tabelle II angegebenen Funktionen, bis auf den Faktor $\nu = \frac{f}{\widetilde{f}_0}$ oder $\frac{\widetilde{f}_0}{f}$ [8]). Für ein enges BDF oder BSF kann in einer gewissen Umgebung des Bandes dieser Faktor als näherungsweise 1 vernachlässigt werden. Legt man die mit dieser Vernachlässigung gewonnenen Funktionen z_1 und z_2 einer Siebschaltung zugrunde, so wird der dadurch in der Berechnung der Gesamtdämpfung und -phase $A + iB$ (vgl. S. 11 und Tabelle XII) verursachte Fehler für ein

BDF:

$$A_f + iB_f = \ln\left(\nu \cdot \frac{1 + z_1}{1 + z_1 \nu} \cdot \frac{1 + z_2}{1 + z_2 \nu}\right), \; |A_f| < |\ln \nu|$$

und der Fehler in der Berechnung von $A_{1\,\min}$ für ein

BSF:

$$\ln \frac{(\Theta \nu + 1)(\Theta - 1)}{(\Theta + 1)(\Theta \nu - 1)}\ ^{9)}.$$

Die Tabelle XI drückt für die Fälle der Transformationen

$$\Omega = \frac{(\sigma + 1) f^2 - \sigma f^2_{-1} - f^2_1}{(\sigma - 1) f^2 - \sigma f^2_{-1} + f^2_1},$$

$$\widetilde{\Omega} = \frac{f^2 - f_{-1} f_1}{(f_1 - f_{-1}) f},$$

$$\Omega = \frac{f}{f_1} \sqrt{\frac{f^2_{k2} - f^2_1}{f^2_{k2} - f^2}}.$$

und $$\widetilde{\Omega} = \sqrt{\frac{f^2 - f^2_{\varkappa 2}}{f^2_1 - f^2_{\varkappa 2}}}$$

direkt die für die Konstruktion einer realisierenden Schaltung erforderlichen Resonanz- und Antiresonanzfrequenzen ω_ν und die Konstanten m und μ von den Tabellen I bis IV durch die Konstanten H, a, b, c, ..., Θ, a, β, γ, ... der normierten Funktionen der Tabellen VI und VII aus. R ist wieder der Widerstand des Sende- bzw. Empfangsapparates. In den Formeln der untersten Zeile der Tabelle XI darf statt a auch o, b, c, ..., statt a auch β, γ, ... gesetzt werden. Diese Tabelle XI erleichtert die Berechnung der Schaltelemente nach Auffindung der geeignetsten normierten Kurven (Funktionen).

8. Berücksichtigung der ohmschen Widerstände

Die Berücksichtigung der ohmschen Widerstände kann naturgemäß nur näherungsweise geschehen, was schon daraus hervorgeht, daß die Widerstände der Spulen und Kondensatoren keineswegs konstant sind, sondern mit der Frequenz variieren.

Nehmen wir an, daß jede Induktivität L einer Siebschaltung ohne gegenseitige Induktionen einen Widerstand R in Reihe enthält, derart, daß

$$\frac{R}{L} = \chi,$$

und daß jede Kapazität C einen Leitwert G parallel enthält, derart, daß

$$\frac{G}{C} = \psi,$$

so können diese ohmschen Widerstände dadurch berücksichtigt werden, daß in $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ und $\sqrt{Z_1 Z_2}$ die Größe ω^2 durch

$$\omega^2 - \chi\psi - i\omega(\chi + \psi)$$

ersetzt wird. Dadurch wird aber der Ausdruck $\sqrt{Z_1 Z_2}$ mit

---

[8]) Statt dem $\widetilde{f}_0$ in Tabelle X darf mit demselben Recht natürlich eine andere „mittlere" Frequenz des Bandes genommen werden.

[9]) Für den Fall der zuerst (S. 6) betrachteten Transformation $\Omega = \frac{2f - f_{-1} - f_1}{f_1 - f_{-1}}$ lassen sich ähnliche Fehlerabschätzungen angeben.

ohmschen Widerständen nur näherungsweise wiedergegeben, nämlich bis auf einen Faktor

$$\Delta = \sqrt{\frac{i\omega + \chi}{i\omega + \psi}}.$$

In praktischen Fällen ist ψ meist wesentlich kleiner als χ. Rechnet man mit den χ und ψ enthaltenden Ausdrücken $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ und $\sqrt{Z_1 Z_2}$ die Gesamtdämpfung und -phase $A + iB$ (vgl. S. 11 und Tabelle XII) aus, so müßte streng genommen zu $A + iB$ noch das Korrektionsglied

$$A_{f'} + iB_{f'} = \ln\left(\Delta \cdot \frac{1 + z_1}{1 + z_1 \Delta} \cdot \frac{1 + z_2}{1 + z_2 \Delta}\right)$$

hinzugefügt werden. Für A_f gilt folgende Abschätzung[10])

$$\ln \frac{|\Delta|}{(1+2\,|\,1-\Delta\,|)^2} \leqq A_{f'} \leqq \ln \frac{|\Delta|}{(1-2\,|\,1-\Delta\,|)^2},$$

wonach $A_{f'}$ gewöhnlich praktisch vernachlässigt werden kann, da $|\Delta|$ sehr nahe bei 1 liegt.

Geht man zu normierten Frequenzen Ω, $\tilde{\Omega}$ über, so entsprechen der obigen Substitution

$$\omega^2 \,||\, \omega^2 - \chi\psi - i\omega(\chi + \psi)$$

die Substitutionen

$$\Omega \,||\, \Omega - \eta i$$
$$\tilde{\Omega} \,||\, \tilde{\Omega} - \tilde{\eta} i,$$

wo für η $(\tilde{\eta})$ je nach der Frequenztransformation die Werte aus Tabelle X zu nehmen sind. Die durch diese Substitutionen aus den normierten Funktionen von Tabelle VI und VII entstehenden Funktionen liegen dem Kurvenmaterial für $\eta \neq 0$ $(\tilde{\eta} \neq 0)$ zugrunde. Wenn noch Ω durch

$$\Omega - \frac{\chi\,\psi}{2\,\pi^2\,(f^2_1 - f^2_{-1})}$$

ersetzt wird, ist so der Einfluß der ohmschen Widerstände auf A_1 für BDF im Falle $\sigma = 1$, $\tau \to \infty$ streng berücksichtigt. Im übrigen ist die angegebene Erfassung des Einflusses der ohmschen Widerstände richtig bis auf Glieder zweiter Ordnung in η.

Für NDF und HDF muß

$$\frac{(\chi + \psi)\,\omega}{\omega^2_{k2} - \omega^2} \ll 1$$

bzw.

$$\frac{(\chi + \psi)\,\omega}{\omega^2 - \omega^2_{\varkappa 2}} \ll 1$$

vorausgesetzt werden. D. h., hier geben die Kurven für $\eta \neq 0$ $(\tilde{\eta} \neq 0)$ nur in einer gewissen Umgebung der Siebgrenze ein richtiges Bild von dem Einfluß der ohmschen Widerstände. Für enge BDF und BSF ist η $(\tilde{\eta})$ praktisch konstant gleich $\eta_0 \approx \tilde{\eta}_0$ von Tabelle X. Ein Blick auf die Ausdrücke η zeigt, daß der Einfluß der ohmschen Widerstände proportional den ohmschen Widerständen und umgekehrt proportional der Siebbreite bei BDF und BSF bzw. umgekehrt proportional der Grenzfrequenz bei NDF und HDF ist.

Das alles gilt zunächst für Siebschaltungen ohne gegenseitige Induktionen, trifft aber auch noch zu für solche Brückenschaltungen, in denen gegenüberliegende entsprechende Spulen mit gleichem Wickelraum auf denselben geschlossenen Kern gewickelt sind. Dabei ist $\chi = \frac{R}{L}$ die reziproke Zeitkonstante für den vollbewickelten Kern, wobei alle verwandten Spulenkerne als von derselben Type vorausgesetzt sind. Es ist aber unmöglich, die ohmschen Widerstände in gleicher Weise allgemein für beliebige Ausführungsformen mit gegenseitiger Induktion zu berücksichtigen. Denn Siebschaltungen, die von den ohmschen Widerständen abgesehen äquivalent sind, brauchen es trotz gleicher Zeitkonstanten der Spulen nicht mehr zu sein, wenn die ohmschen Widerstände berücksichtigt werden. Auch haben die ohmschen Widerstände verschiedenen Einfluß auf die Frequenzcharakteristiken, je nachdem, in welcher Weise die verschiedenen Wicklungen eines Kernes auf den Gesamtwickelraum verteilt sind. Bei Schaltungen mit gegenseitiger Induktion kann gelegentlich der abrundende Einfluß der ohmschen Widerstände auf die Dämpfungscharakteristiken etwas größer sein, als aus den Kurven mit $\eta \neq 0$ $(\tilde{\eta} \neq 0)$ abzulesen ist.

[10]) z_1 und z_2 liegen stets in der rechten Halbebene.

9. Die technisch wichtigsten Siebschaltungsaufgaben

Die praktisch wichtigste und einfachste Aufgabe, der das Kurvenmaterial zur Bestimmung der vorteilhaftesten Parameter angepaßt worden ist, lautet z. B. für ein BDF: Bei vorgeschriebener Zeitkonstante der Spulen (χ^{-1}) und Zeitkonstante der Kapazitäten (ψ^{-1}) wird verlangt, daß die Betriebsdämpfung A (Gesamtdämpfung) der zu konstruierenden symmetrischen Siebschaltung folgenden Bedingungen genügt:

$$\left.\begin{array}{l}\text{für } f < f_{-k}\\ \text{und } f > f_k\end{array}\right\} \quad A > A_k > 0$$
$$\text{für } f_{-\varkappa} < f < f_\varkappa \quad A < A_\varkappa > 0,$$

wo die Frequenzen in der Reihenfolge

$$f_{-k} < f_{-1} < f_{-\varkappa} < f_\varkappa < f_1 < f_k$$

aufeinander folgen. Dabei soll die Schaltung eine möglichst geringe Anzahl von Spulen und Kondensatoren enthalten.

Die theoretischen Siebgrenzen f_{-1} und f_1 sind zunächst unbekannt. Unter „Betriebsdämpfung" A ist der Ausdruck

$$\ln\left|\frac{I'}{I}\right|$$

zu verstehen, wo I' der vom Sende- zum Empfangsapparat fließende (komplexe) Strom bei unmittelbarer Verbindung beider Apparate, I der in den Empfangsapparat hineinfließende Strom bei Zwischenschaltung einer Siebschaltung ist. Dabei werden beide Apparate ohne wesentliche Einschränkung der Allgemeinheit (vgl. S. 2/3) als vom gleichen konstanten reellen inneren Widerstand R betrachtet (R Nominalwert oder Sollwert des „Wellenwiderstandes" der Siebschaltung). Der Zusammenhang der Betriebsdämpfung mit den Frequenzcharakteristiken $\sqrt{z_1 z_2}$ und $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ ist in Tabelle XII gegeben.

Aufgaben der genannten Art und ebenso die analogen Aufgaben bei den anderen Filtertypen sind bei passendem χ und ψ für beliebige vorgeschriebene f_{-k}, f_k, $f_{-\varkappa}$, $f_\varkappa$, A_k, $A_\varkappa$ stets lösbar. Sie können praktisch optimal mit einer solchen Siebschaltungsklasse mit Tschebyscheffschen Parametern gelöst werden, daß z. B. für ein BDF die Dämpfungskonstante A_1 (mit einer gewissen von A_k abhängigen, Minimaldämpfung) etwa in den Intervallen

$$0 < f < f_{-k}$$
$$f_k < f < \infty$$

und der Wellenwiderstand $\sqrt{Z_1 Z_2}$ analog etwa in dem Intervall

$$f_{-\varkappa} < f < f_{\varkappa}$$

Tschebyscheffsches Verhalten zeigt.

Daneben wird oft unabhängig von den Dämpfungsforderungen zur Vermeidung von Echowirkungen bei Verbindung von langen Leitungen mit Siebschaltungen ein Maximum der Schwankung des Wellenwiderstandes ($s = \Theta - 1$, bzw. $s' = H - 1$) im Hauptteil des Durchlaßbereiches, etwa für

$$f_{-\varkappa} < f < f_{\varkappa}$$

vorgeschrieben.

Auch diese Aufgabe kann gleichzeitig mit der Hauptaufgabe stets gelöst werden. Daß der Wellenwiderstand mit jeder gewünschten Genauigkeit konstant gemacht werden kann, zeigt besonders gut Abb. 17. Die wirtschaftlichste Lösung ist wieder eine Tschebyscheffsche.

Die Kurven dienen nun nicht nur dem Zweck, Aufgaben der genannten Art zu lösen, sondern gestatten auch, die vollständigen Frequenzcharakteristiken zu einer mit Parametern ausgewählten Klasse zu bestimmen. In erster Linie interessiert da die Frequenzcharakteristik der Betriebsdämpfung A und die des Wellenwiderstandsbetrages $R\,r$, in zweiter Linie die Frequenzcharakteristik der Betriebsphase B, definiert durch

$$A + i\,B = \ln \frac{I'}{I},$$

und die der Phase des Wellenwiderstandes, definiert durch

$$\frac{Z}{R} = r\,e^{i\varphi}.$$

Für den Zweck der Parallelschaltung bzw. der Reihenschaltung der Eingangsklemmen einer Siebschaltung mit einem anderen Apparat und speziell einer anderen Siebschaltung wird oft auch für den Wellenwiderstand noch die Bedingung vorgeschrieben, daß er in einem großen Teil des Sperrbereiches möglichst großen bzw. möglichst kleinen Betrag haben soll. Wie weit eine solche sekundäre Forderung für eine gegebene Wahl der Klasse und Parameter erfüllt ist, kann aus dem Kurvenmaterial ebenfalls ersehen werden.

10. Bedeutung und Bezeichnung der in den Kurvenblättern auftretenden Größen

Zur praktischen Lösung der genannten Aufgaben sind für die verschiedenen Klassen und eine Reihe verschiedener Tschebyscheffscher Parametersysteme die normierten Funktionen der Tabellen VI und VII sowie dieselben Funktionen nach Ersetzung von Ω $(\tilde{\Omega})$ durch $\Omega - \eta\,i$ $(\tilde{\Omega} - \tilde{\eta}\,i)$ gezeichnet worden. Ferner enthält das Kurvenmaterial eine Reihe von $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ und $\sqrt{z_1 z_2}$ abhängiger Funktionen, alle mit der Abszisse Ω oder $\tilde{\Omega}$. Endlich sind noch mehrere Hilfstafeln vorhanden.

Tabelle XII gibt eine Zusammenstellung aller in den Kurven auftretenden Größen, soweit sie nicht schon in früheren Tabellen vorgekommen sind. Sie gibt ferner an, wie sich die Betriebsdämpfung und die Betriebsphase $A + i\,B$ $(A' + i\,B')$ aus den aufgezeichneten Größen, die entweder nur von $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ oder nur von $\sqrt{z_1 z_2}$ abhängen, ermitteln läßt.

Die Lösung der Hauptaufgabe gelingt deshalb mit Hilfe der Kurven schnell, weil

1. A (A') sich nach Tabelle XII nahezu durch Superposition der $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$- und $\sqrt{z_1 z_2}$-Charakteristik als Summe $A_1 + A_2$ $(A' + A_2')$ darstellen läßt. A_3 ist ein nur gelegentlich in unmittelbarer Umgebung der Siebgrenzen in Betracht zu ziehendes kleines Korrektionsglied (Analoges gilt natürlich für die Ermittlung von B (B')).
2. A_2 (A'_2) im Sperrbereich von vornherein ungünstigstenfalls zu $-0{,}7$ veranschlagt werden kann. (Der kleinste Wert, den A_2 (A'_2) überhaupt annimmt, ist $-0{,}693$.)

Punkt 2 ist der Grund dafür, daß für die Minimalwerte der Dämpfungskonstanten A_1 (A'_1) die Werte $A_{1\,\mathrm{min}}$ $(A'_{1\,\mathrm{min}})$ $= 2{,}7;\ 3{,}7$ usw. gewählt wurden. Diese entsprechen dann ganzzahligen Werten des garantierbaren Minimalwertes der Betriebsdämpfung in den Sperrbereichen.

Wie schon erwähnt, ist die normierte Frequenz für Klassen mit Nummern mit Ω, für Klassen mit Buchstaben mit $\tilde{\Omega}$ bezeichnet. Diejenigen Größen, welche vorzugsweise für BDF (NDF) wichtig sind, wurden ohne $'$, diejenigen, welche vorzugsweise für BSF (HDF) wichtig sind, mit $'$ bezeichnet. Die Größen A_1, B_1, A_1', B_1' treten bei allen Filtertypen zugleich in der Berechnung der Betriebsdämpfung auf. A_3 und B_3 gehen bei Vertauschung der Größen mit $'$ und der Größen ohne $'$ in sich über.

11. Vielfache Bedeutung der Kurven

Alle Kurven haben eine vielfache Bedeutung.

Die unmittelbare Ablesung der Kurven liefert diejenigen Größen, die sich auf Klassen ohne * beziehen. Die Kurven gelten aber auch für Klassen mit *, wenn lediglich die folgenden Modifikationen vorgenommen werden:

1. Man vermehre die abgelesenen Größen B_1 und B_1' um π;
2. man ändere das Vorzeichen von φ und φ';
3. man nehme statt r und r' die reziproken Werte.

Die Kurven tragen die Numerierung der Klassen für BDF und BSF. Sie gelten aber auch für die drei niedrigsten NDF- und HDF-Klassen, wenn lediglich folgende Modifikationen vorgenommen werden:

1. Man ersetze die Nummern an den Kurven 2, 4, 6 bzw. durch die Zahlen 1, 2, 3.
2. Man ersetze die Buchstaben an den Kurven b, d, f bzw. durch die Buchstaben α, β, γ.

Alle von $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ oder von $\sqrt{z_1 z_2}$ abhängigen Größen sind nur für positive Ω $(\tilde{\Omega})$ aufgetragen. Eine Vertauschung von Ω mit $-\Omega$ $(\tilde{\Omega}$ mit $-\tilde{\Omega})$ bewirkt lediglich folgende Änderungen:

1. Bei den geraden Klassen 2, 4, 6; b, d, f Vorzeichenänderungen von φ, φ', B_1, B'_1, B_2, B'_2, B_3.
2. Bei ungeraden Klassen 1, 3, 5; a, c, e Vorzeichenänderungen von B_1, B'_1, B_2, B'_2, B_3, sowie eine zusätzliche Änderung von B_1 und B'_1 um π und Ersatz von r und r' durch ihre reziproken Werte.

Der größere Teil derjenigen Kurven, die zum Idealfall $\eta = 0$ $(\tilde{\eta} = 0)$ gehören (Blatt 3 bis 7), bezieht sich zugleich auf Klassen mit Nummer und Klassen mit Buchstaben. Hier gilt die Nummernbezeichnung der Kurven, falls Ω, und die Buchstabenbezeichnung, falls $\tilde{\Omega}$ Abszisse ist. Es wurde hier von der früher erwähnten Tatsache

Gebrauch gemacht, daß die Funktionen der Tabelle VII durch die Transformation

$$\Omega = \frac{1}{\tilde{\Omega}}$$

aus denen der Tabelle VI erhalten werden können.

12. Weitere Bemerkungen zu den Kurvenblättern

Die Parameter wurden auch für $\eta \neq 0$ $(\tilde{\eta} \neq 0)$ so bestimmt, daß die Dämpfungskurven (A_1- bzw. A'_1-Kurven) praktisch Tschebyscheffsches Verhalten zeigen.

In Tabelle XIII ist der Inhalt aller Kurvenblätter angeführt.

Tabelle XIV gibt Aufschluß über die zu den gezeichneten Kurven gehörigen Parameter. Man findet die Parameter für irgendeine Kurve irgendeines Blattes unter denjenigen Blattnummern, die in Tabelle XIII jeweils in der zweiten Spalte angegeben sind. Im einzelnen sind zu den Blättern noch folgende Erläuterungen zu geben:

Blatt 1. Die A_2-B_2-Tafel gilt gleichzeitig für r und $\frac{1}{r}$ als Abszisse und positive oder negative Werte von φ. Zusammengehörige Vorzeichen von $\ln r$, φ und B_2 sind vertikal übereinander aus dem Schema in der linken unteren Ecke abzulesen. Diese Tafel ist dann zu verwenden, wenn andere Parameter für $\sqrt{z_1 z_2}$ benutzt werden als in den dargestellten Wellenwiderstandskurven. Z. B. kann es gelegentlich vorteilhaft sein, die dargestellten r oder r' mit einem positiven Faktor zu multiplizieren, was bei dem gewählten logarithmischen Maßstab einer Vertikalverschiebung der r- (r'-)Charakteristiken entspricht.

Blatt 2. Eine Vermehrung von Q um ein ganzzahliges Vielfaches von 2π ändert weder A_3 noch B_3. A_3 ist auch unabhängig vom Vorzeichen von Q. Dagegen ist für das Vorzeichen von B_3 das Schema auf der linken Seite zu beachten.

Blätter 3 bis 6. Hier sind die Größen A_1, A'_2, r' als Funktionen von Ω abzulesen, wobei die Nummernbezeichnung der Kurven gilt. Dagegen sind die Größen A'_1, A_2, r als Funktionen von $\tilde{\Omega}$ abzulesen, wobei die Buchstabenbezeichnung der Kurven gilt.

Für $0 < \Omega < 1$ ist $A_1 = 0$, $\varphi' = \pm 90°$
„ $1 < \tilde{\Omega}$ „ $A_1' = 0$, $\varphi = \pm 90°$
„ $0 < \tilde{\Omega} < 1$ „ $\varphi = 0$
„ $1 < \Omega$ „ $\varphi' = 0$

Für φ (φ') gilt das positive oder negative Zeichen, je nachdem r (r') mit wachsendem $\tilde{\Omega}$ (Ω) steigt oder fällt. Man ziehe für r, r' auch Blatt 7, für A_2' auch Blatt 8, für A_2 Blatt 9 mit heran. In denjenigen Frequenzintervallen, wo die Klassennummern überstrichen sind, sind (für Klassen ohne *) die auf den Skalen für r und r' angegebenen Werte durch die reziproken Werte zu ersetzen. In solchen Intervallen ist $B_1 = \pi$ ($B_1' = \pi$), in den komplementären Frequenzintervallen ist $B_1 = 0$ ($B'_1 = 0$).

Blatt 7. B_1 und r' sind als Funktionen von Ω, B_1' und r als Funktionen von $\tilde{\Omega}$ abzulesen. Im ersten Fall gelten die Zahlen an den Kurven, im zweiten Fall die Buchstaben. Für φ und φ' siehe die zu Blatt 3 bis 6 gemachte Bemerkung.

Blatt 10. Es ist $B_2 = 0$ für $0 < \tilde{\Omega} < 1$ und $B'_2 = 0$ für $1 < \Omega$.

Blätter 17, 18, bzw. *27, 28,*
37, 38, *47, 48,*
57, 58 *67, 68.*

Hier ist die Skala in der Mitte für Klassen mit * zur Ablesung von r' bzw. r zu benutzen. Die relative Schwankung des Wellenwiderstandsbetrages ist $\leqq s'$ bzw. $\leqq s$ (vgl. die Definition von Tabelle XII) für alle Ω bis k ($\tilde{\Omega}$ bis $\varkappa$), eventuell aber noch eine kleine Strecke über k ($\varkappa$) hinaus. Die in der Tabelle XIV angegebenen Werte k und $\varkappa$ beziehen sich auf den Verlauf der A_1- (A_1')-Kurven.

Blatt 20 trägt zugleich die Nummer *30*
Blatt 40 trägt zugleich die Nummer *50*
Blatt 60 trägt zugleich die Nummer *70*
Blatt 64 ist nicht vorhanden.

Dadurch wurde eine möglichst dekadische Einteilung der Blätter erreicht, die das Auffinden entsprechender Blätter mit verschiedenem Widerstandsparameter η ($\tilde{\eta}$) erleichtert

Blätter 71 und 72 geben die in den letzten beiden Spalten der Tabellen VIII und IX angegebenen Zusammenhänge graphisch wieder und gestatten zugleich die Ermittlung von A_{1min} (A'_{1min}) als Funktion von k^{-1} ($\varkappa$). Die Nummern an den Kurven beziehen sich auf k^{-1} als Abszisse und BDF oder BSF. Für dieselbe Abszisse und ein NDF oder HDF hat man eine Umnumerierung gemäß der ersten Spalte in Tabelle VIII vorzunehmen. Die Buchstaben an den Kurven gelten für $\varkappa$ als Abszisse und ein BDF oder BSF. Für dieselbe Abszisse und ein NDF oder HDF hat man eine Umbenennung gemäß der ersten Spalte in Tabelle IX vorzunehmen.

13. Genauigkeit und Art der Berechnung

Die Genauigkeit der Berechnung der Kurven ist durchweg größer als die Ablesegenauigkeit. Für A_1, A_2, B_1, B_2 (A'_1, A'_2, B'_1, B'_2) ist noch die zweite Dezimale nach dem Komma richtig. Für den Zweck der genaueren Ablesung empfiehlt sich, durchsichtiges Millimeterpapier bezw. durchsichtiges Halblogarithmenpapier zu benutzen. Darauf wurde bei der Wahl der Maßstäbe Rücksicht genommen.

Sollten ergänzende Berechnungen für den Fall $\eta \neq 0$ ($\tilde{\eta} \neq 0$) nötig werden, so kann für die erforderlichen Multiplikationen und Divisionen komplexer Zahlen die Verwendung einer graphischen zweidimensionalen Logarithmentafel vorteilhaft sein[11]). Für die Berechnung von A_2 (A_2') genügt die damit erreichbare Genauigkeit. Dagegen wird man für die Berechnung von A_1 (A_1') die trigonometrische Umwandlung der komplexen Zahlen in die Gestalt $r \cdot e^{i\varphi}$ vorziehen, wie sie allein für die Berechnung des vorliegenden Kurvenmaterials benutzt wurde.

14. Numerische Beispiele

Die zur Auffindung der Lösung einer gestellten Dämpfungs- und Wellenwiderstandsaufgabe erforderliche Zeit hängt davon ab, wieweit man sich der optimalen Lösung annähern will. Überhaupt eine Lösung findet man an Hand des Kurvenmaterials meist sehr schnell.

[11]) R. Mehmke in W. Dyk, Nachtrag zum Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle usw., München 1893, S. 21, 44 d. Eine käuflich zu habende zweidimensionale Logarithmentafel wurde von Prof. Dr. F. Bennecke, Potsdam, Selbstverlag, hergestellt.

Die zunächst unbekannten Siebgrenzen kann man für ein BDF z. B. in erster Annäherung als

$$f_{-1} = \frac{f_{-k} + f_{-\varkappa}}{2}$$

und

$$f_1 = \frac{f_\varkappa + f_k}{2}$$

wählen (vgl. die in Abschn. 9 formulierte Hauptaufgabe). Häufig wird man, um die beste Lösung zu finden, eine Art Iterationsverfahren einschlagen. Besser als eine allgemeine Regel dafür zeigen die nachfolgenden numerischen Beispiele, wie man im Einzelfall vorzugehen hat.

Aufgabe 1.

Ein BSF zu entwerfen mit folgenden Eigenschaften:

I. Dämpfung A:

1. Für $f \leqq 80$ und $f \geqq 420$ Hz $A \leqq 0{,}2$ Neper
2. Für $150 \leqq f \leqq 350$ Hz $A \geqq 4$ Neper.

II. Wellenwiderstand Z:

1. Sollwert $R = 600$ Ohm
2. Für $150 \leqq f \leqq 350$ Hz $|Z|$ möglichst groß.

III. Ohmsche Widerstände:

$$\chi = \frac{R}{L} = 50\,\mathrm{s}^{-1}, \quad \psi = \frac{G}{C} = 0.$$

Lösung: Erste Wahl für f_{-1} und f_1:

$$f_{-1} = \frac{80 + 150}{2} = 115;$$

$$f_1 = \frac{350 + 420}{2} = 385$$

die Grenzfrequenzen f_{-1} und f_1 günstiger zu wählen. Für Blatt 4 ist $\varkappa = k^{-1} = 0{,}813$, für Blatt 23 ist $\varkappa = 0{,}775$. Dementsprechend sollen jetzt f_{-1} und f_1 neu aus den beiden Gleichungen

$$\frac{150^2 - f_{-1} f_1}{150\,(f_1 - f_{-1})} = -0{,}8$$

$$\frac{350^2 - f_{-1} f_1}{350\,(f_1 - f_{-1})} = 0{,}8$$

bestimmt werden; wir nehmen also für $\eta = 0{,}03$ $\varkappa = 0{,}8$ an. Das gibt $f_{-1} = 136$, $f_1 = 386$ und die Werte aus der zweiten Spalte der nachfolgenden Tabelle.

Der Betrag des reduzierten Wellenwiderstandes ist nach Tab. XII r'. Die zweite Forderung für den Wellenwiderstand wird nach den Kurvenblättern 7, 17 und 18 am besten durch Klasse 2* befriedigt (für eine Klasse mit * ist in Blatt 7 für r' das Reziproke des abgelesenen Wertes zu nehmen, in Blatt 17 und 18 die r'-Skala in der Mitte zu benutzen). Der Einfachheit halber wählen wir eine aufgezeichnete r'-Charakteristik aus 17 I, Kurve 2, obwohl für die vorliegende Aufgabe eine günstigere Wellenwiderstandscharakteristik durch Multiplikation des gewählten $\sqrt{z_1 z_2}$ mit einem positiven Faktor erzielt werden könnte, was einer Vertikalverschiebung der gewählten Charakteristik entspräche. Nach Tabelle X benutzen wir die für $\tau \to \infty$, $\sigma = 1$ gültige Transformation

$$\Omega = \frac{2 f^2 - f^2_{-1} - f^2_1}{f^2_1 - f^2_{-1}}.$$

Die den interessierenden Frequenzen dadurch zugeordneten Ω-Werte stehen in der dritten Spalte der folgenden Tabelle.

f	$\widetilde{\Omega}$	Ω	$\widetilde{\eta}$	η	A'_1	B'_1	A_1	B_1	P	Q	A_3	A'_2	A'
80	—2,305	—1,185	0,26	0,010	0,19	—1,5	1,3	6,25	3,0	—3,1	0,048	0,08	0,32
125	—1,180	—1,045	0,11	0,015	0,60	—3,4	0,6	6,2	2,4	—0,7	—0,066	0,30	0,83
150	—0,800	—0,939	0,074	0,018	4,13	—4,6	0,1	5,5	8,4	1,8	0,000	—0,17	3,96
350	0,800	0,593	0,014	0,043	4,93	—5,7	0,1	4,35	10,0	2,7	0,000	—0,54	4,39
420	1,180	1,416	0,009	0,051	0,05	—3,45	1,9	6,2	3,9	—0,4	—0,018	0,02	0,05

Überschlagswert von η: $\eta = \dfrac{\chi + \psi}{\omega_1 - \omega_{-1}} = 0{,}03.$

Aus Tabelle XII geht hervor, daß für ein BSF die Dämpfung durch A_1' gegeben ist; hierfür ist also Blatt 4 und Blatt 23 zu benutzen (vergl. Tabelle XIII). Als Dämpfungsklasse kommt unter anderem d in Frage. Hierfür gibt Tabelle X die Transformation

$$\widetilde{\Omega} = \frac{f^2 - f_{-1} f_1}{(f_1 - f_{-1}) f}$$

an. Danach entsprechen den Frequenzen 80, 150, 350, 420 Hz bzw. die normierten Frequenzen

$$\widetilde{\Omega}_{80} = -1{,}75$$
$$\widetilde{\Omega}_{150} = -0{,}538$$
$$\widetilde{\Omega}_{350} = 0{,}828$$
$$\widetilde{\Omega}_{420} = 1{,}165.$$

Ein Blick auf Blatt 23 lehrt, daß für $\widetilde{\Omega} > 0$, d. h. die Hochfrequenzseite des Filters, mit Klasse d die gestellten Forderungen noch nicht ganz erfüllt sind. Wir versuchen nun Klasse d beizubehalten, aber

Die Werte $\widetilde{\eta}$, η wurden nach den Formeln von Tabelle X berechnet. Die Ungleichmäßigkeit der η-Werte ist eine Folge der besonders großen relativen Breite des Sperrbereichs. Die Werte A'_1 wurden durch lineare Interpolation[12]) aus den Blättern 4, 23, 43 und 63, Kurven d ermittelt, die Werte B'_1 durch Interpolation aus den Kurven 7 II d, 26 I d, 46 I d und 66 I d und die Werte A'_2 durch Interpolation aus den Kurven 8 I 2 und 19 I 2. Um $P = 2\,(A_1 + A_1')$, $Q = 2\,(B_1 + B_1') + 2\,n\,\pi$ und damit A_3 zu ermitteln, brauchen wir noch A_1, B_1; die Werte A_1 werden durch Interpolation aus den Kurven 3_2 und 11_2 und B_1 aus den Kurven 7 I 2 und 15 I 2 erhalten. Mit P und Q wurde sodann das Korrektionsglied A_3 aus der Tafel 2 ermittelt. Das Resultat für die Betriebsdämpfung

$$A' = A'_1 + A'_2 + A_3$$

zeigt, daß die Dämpfungsforderungen nahezu erfüllt sind. Um sie ganz zu erfüllen, empfiehlt sich die schon erwähnte Multiplikation von $\sqrt{z_1 z_2}$ mit einem passenden positiven Faktor, sodaß die A'_2-Werte günstiger werden. Zugleich wird dann auch die zweite Wellenwiderstands-

[12]) Hierin liegt eine gewisse Willkür, die aber mit der praktisch geforderten Genauigkeit der Berechnung der Betriebsdämpfung A zu vereinbaren ist.

forderung noch besser erfüllt. Will man die Berechnung der Betriebsdämpfung erneut durchführen, so ist jetzt für A'_2 Blatt 1 zu benutzen. Die Charakteristik des Wellenwiderstandsbetrages kann durch Interpolation der Kurven 7 I 2 und 17 I 2 abgelesen werden. Die erste Aufgabe wird somit durch eine Siebschaltung der Klasse d 2* (oder a_{2m} 2*, $m = 2$) gelöst. Aus Tabelle V ist ersichtlich, daß dazu 5 Spulen und 4 Kapazitäten erforderlich sind, während dieselbe Aufgabe in der Praxis bisher mit 8 Spulen und 10 Kapazitäten gelöst wurde. Die Parameter findet man aus Tabelle XIV unter Nummer 23 d und 11_2. Eine realisierende Schaltung kann z. B. in ähnlicher Weise berechnet werden, wie es in der zweiten Aufgabe näher durchgeführt wird. Erst hierbei wird die Bedingung benutzt, daß der Wellenwiderstand einen Sollwert von 600 Ohm hat.

Aufgabe 2.

Ein BDF zu entwerfen mit folgenden Eigenschaften:

I. Dämpfung A:

1. Für $100 \leq f \leq 635$ Hz $A \geq 3{,}3$ Neper
2. „ $700 \leq f \leq 1100$ Hz $A \leq 0{,}1$ Neper
3. „ $1400 \leq f \leq 8000$ Hz $A \geq 6{,}0$ Neper

II. Wellenwiderstände Z_p, Z_s:

1. Sollwert $R_p = 400$ Ohm auf der primären Seite 1
2. Sollwert $R_s = 1600$ Ohm auf der sekundären Seite 2
3. Für $700 \leq f \leq 1100$ Hz Maximum der relativen Schwankung $s = 0{,}04$
4. Für $100 \leq f \leq 550$ Hz und „ $1400 \leq f \leq 8000$ Hz
   a) entweder durchweg $|Z_p| \geq 400$ Ohm und $|Z_s| \geq 1600$ Ohm
   b) oder durchweg $|Z_p| \leq 400$ Ohm und $|Z_s| \leq 1600$ Ohm.

Lösung: Nach kurzem Durchprobieren der aufgezeichneten r-Kurven (Blatt 3, 4, 27, 28) wird sich zeigen, daß als niedrigste Wellenwiderstandsklasse hier d bzw. d* in Frage kommt. Wir entnehmen aus Blatt 71, daß zu $s = 0{,}04$, also $\Theta = 1{,}040$ für $\tilde{\eta} = 0$ der Wert $\varkappa = 0{,}894$ gehört. Für dieses $\varkappa$ berechnet sich aus Tabelle IX, Klasse d der Parameter $a^2 = 1{,}449$. Nach Tabelle X haben wir bei der Klasse d (d*) die Frequenztransformation

$$\tilde{\Omega} = \frac{f^2 - f_{-1} f_1}{(f_1 - f_{-1})\, f}.$$

Die normierte Frequenz wird mit $\tilde{\Omega}$ bezeichnet, weil es eine Buchstabenklasse ist. Die Zahl der Forderungen an den Wellenwiderstand ist zu groß, als daß alle unabhängig zur Bestimmung der Parameter benutzt werden könnten. Wir müssen einige Forderungen zur Bestimmung von $f_{\pm\varkappa}$, $f_{\pm 1}$ benutzen und dann sehen, wie weit praktisch auch die übrigen erfüllt sind. Eine Interpolation zwischen 27 II d und 28 I d zeigt, daß für Klasse d bzw. d* $r \geq 1$, bzw. $r \leq 1$ ist, sofern $\tilde{\Omega} > 1{,}95$. Die Benutzung der Blätter für $\tilde{\eta} = 0{,}05$ läßt sich erst nachträglich rechtfertigen; denn es muß sich bei der Berechnung von $\tilde{\eta}$ ergeben: $\tilde{\eta} \leq 0{,}05$. Im übrigen zeigt ein Vergleich der Kurven 27 II d, 47 II d, 67 II d und 28 I d, 48 I d, 68 I d, daß die angegebene Grenze $\tilde{\Omega} = 1{,}95$ trotz verändertem $\tilde{\eta}$ ungefähr richtig bleibt. Wir fordern nun, daß die Frequenz $f = 1400$ der normierten Frequenz $\tilde{\Omega} = 1{,}95$ entspricht und $f_\varkappa = 700$ der Frequenz $-\varkappa$. So ergeben sich die folgenden Bestimmungsgleichungen für f_{-1} und f_1:

$$\frac{1400^2 - f_{-1} f_1}{1400\,(f_1 - f_{-1})} = 1{,}95$$

und

$$\frac{700^2 - f_{-1} f_1}{700\,(f_1 - f_{-1})} = -0{,}894,$$

woraus $f_{-1} = 683$, $f_1 = 1123$ folgt. Aus der Formel (siehe Tabelle X)

$$\varkappa = \frac{f_\varkappa - f_{-\varkappa}}{f_1 - f_{-1}}$$

ergibt sich dann $f_\varkappa = 1093$. Berücksichtigt man den die Gleichmäßigkeit des Wellenwiderstandes erhöhenden Einfluß der ohmschen Widerstände, so ist praktisch wie verlangt die Bedingung II 3 erfüllt. Auch die Bedingung II 4 erweist sich nachträglich als praktisch voll erfüllt, da zu $\tilde{\Omega} = -1{,}95$ die Frequenz $f = 546$ gehört.

Für die Dämpfungscharakteristik lohnt es sich nicht, die in Tabelle X für gerade Dämpfungsklassen angegebene allgemeine Transformation zu benutzen. D. h., wir ersetzen in Forderung I 1) die 100 durch 0 und in Forderung I 3) die 8000 durch ∞. Dann kommt nach Tabelle X, 1. Zeile für gerade und ungerade Klassen nur die Frequenztransformation

$$\Omega = \frac{(\sigma + 1)\, f^2 - \sigma f^2_{-1} - f^2_1}{(\sigma - 1)\, f^2 - \sigma f^2_{-1} + f^2_1}$$

in Frage. Es zeigt sich, daß sich mit Dämpfungsklasse 3 die Dämpfungsforderungen nicht erfüllen lassen. Für Klasse 4 und $A_{1\min} = 6{,}7$ ist $k = 1{,}75$ (Blatt 6 und 14, Kurve 4 und Tabelle XIV). Daher wird wegen $f_k = 1400$

und $\varrho = \dfrac{k-1}{k+1}$ (Tabelle X, 4. Spalte, 1. Zeile)

$$\sigma = \frac{f_k^2 - f^2_1}{\varrho\,(f_k^2 - f^2_{-1})} = 1{,}716.$$

Nach Blatt 6 und 14, Kurve 4 ist $A_1 = 3{,}3$ für $\Omega = -1{,}26$ oder vermöge der angegebenen Frequenztransformationen für $f_{-1,26} = 635$ und $\tilde{\Omega} = -1{,}30$. Hier ist $A_2 > 0$, wie die d-Kurven auf Blatt 9 I, II und 29 II, III zeigen. Somit sind die Dämpfungsforderungen I, 1 und I, 3 erfüllt.

Jetzt ist $\chi + \psi$ so zu bestimmen, daß die Forderung I, 2 befriedigt wird. A_2 und A_3, die für $f = 700$ und $f = 1100$ höchstens 1 bis 2 Einheiten der zweiten Dezimale betragen, sollen vernachlässigt werden. Für $\eta = 0{,}05$ zeigt Blatt 14, daß für $f = 700$ $A_1 = 0{,}47$ und für $f = 1100$ $A_1 = 0{,}52$, also beide Male $A = 0{,}5$ ist, während für $\eta = 0$ dort A verschwindet (siehe Bemerkung zu Blättern 3—6 auf Seite 12). Lineare Interpolation ergibt als maximal zulässig: $\eta = 0{,}01$. Nach Tabelle X folgt, für $f = 700$

$$\eta = 0{,}000\,46\,(\chi + \psi)$$

und für $f = 1100$

$$\eta = 0{,}000\,27\,(\chi + \psi).$$

Aus $\eta = 0{,}01$ und der ungünstigeren ersten Gleichung erhält man dann

$$\chi + \psi = 22\ \mathrm{s}^{-1}.$$

Ist dagegen $\chi + \psi = 60$ (entsprechend einer Zeitkonstanten der Spulen $\chi^{-1} = 0{,}02$ und einer Zeitkonstanten der Kondensatoren $\psi^{-1} = 0{,}1$), so ergibt eine Interpolation, daß die maximale Schwankung der Dämpfung, eine Größe, die oft technisch wichtiger ist als die Dämpfung selbst, $\leq 0{,}1$ ist für $715 < f < 1105$, also in einem nur 10 Hz engeren Frequenzintervall, als vorgeschrieben wurde. Tabelle V gibt für Klasse 4d 7 Spulen und 8 Kondensatoren an. Es zeigt sich aber, daß im vorliegenden Fall numerisch praktisch $D_1 = D_4$ wird, so daß der Kondensator 12 in Abb. 4 und auch ein besonderer Transformator gespart werden kann. Eine Lösung der Aufgabe 2 wird demnach für den Fall der Forderung II, 4 a durch die Schaltung Abb. 18 mit

7 Spulen und 7 Kondensatoren gegeben, in der die Schaltelemente sich aus folgenden Gleichungen bestimmen:

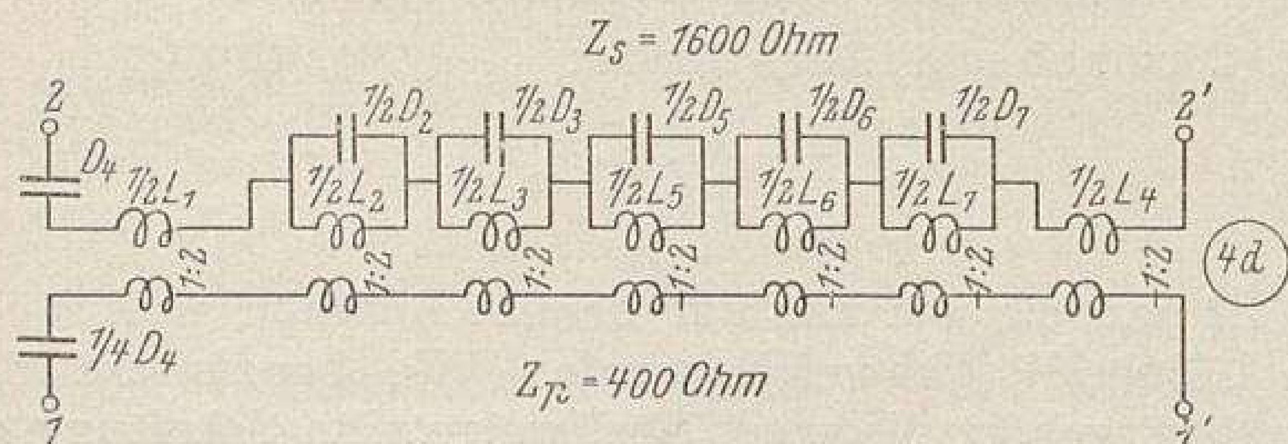


Abb. 18. Lösung der 2. Aufgabe durch Klasse 4d

$$Z_1 = \frac{\mu\ (\lambda^2 + \omega^2_{-a})(\lambda^2 + \omega^2_0)(\lambda^2 + \omega^2_a)}{m\lambda\ (\lambda^2 + \omega^2_{-\mathrm{a}})(\lambda^2 + \omega^2_{\mathrm{a}})}$$

$$= \lambda \left[L_1 + \frac{D_1}{\lambda^2} + \frac{D_2}{\lambda^2 + \frac{D_2}{L_2}} + \frac{D_3}{\lambda^2 + \frac{D_3}{L_3}} \right],$$

$$Z_2 = \frac{m\mu\ (\lambda^2 + \omega^2_{-a})(\lambda^2 + \omega^2_{-\mathrm{a}})(\lambda^2 + \omega^2_{\mathrm{a}})(\lambda^2 + \omega^2_a)}{\lambda\ (\lambda^2 + \omega^2_{-1})(\lambda^2 + \omega^2_0)(\lambda^2 + \omega^2_1)}$$

$$= \lambda \left[L_4 + \frac{D_4}{\lambda^2} + \frac{D_5}{\lambda^2 + \frac{D_5}{L_5}} + \frac{D_6}{\lambda^2 + \frac{D_6}{L_6}} + \frac{D_7}{\lambda^2 + \frac{D_7}{L_7}} \right],$$

$$\frac{\mu}{m} = 0{,}4162 \quad , \quad \mu m = 0{,}4157.$$

Die Resonanz- und Antiresonanzfrequenzen sind dieselben wie für Klasse 4 d*.

Tabelle V gibt für Klasse 4 d* 6 Spulen und 5 Kondensatoren an. Diese Lösung, welche die Forderung II, 4 b erfüllt, ist also vorteilhafter[13]).

Im einzelnen gestaltet sich die numerische Rechnung hier folgendermaßen:

Zunächst hat man

$$\omega^2_{-1} = 18{,}42 \cdot 10^6$$
$$\omega^2_1 = 49{,}79 \cdot 10^6.$$

Die noch fehlenden Parameter findet man aus Tabelle XIV unter Blatt 6 Klasse 4. Aus Tabelle XI, erste Spalte folgt

$$m = 0{,}9995$$
$$\omega^2_{-\mathrm{a}} = 20{,}92 \cdot 10^6$$
$$\omega^2_0 = 29{,}95 \cdot 10^6$$
$$\omega^2_{\mathrm{a}} = 43{,}42 \cdot 10^6$$

und aus Tabelle XI, zweite Spalte mit $R = 1600$

$$\mu = 1{,}623 \cdot 10^{-7}$$
$$\omega^2_a = 54{,}95 \cdot 10^6$$
$$\omega^2_{-a} = 16{,}69 \cdot 10^6.$$

Die Partialbruchzerlegung erfordert hier die Berechnung der folgenden Größen

$$2\,C_2 = \frac{2\,\mu\,(\omega^2_0 - \omega^2_{-a})\,(\omega^2_a - \omega^2_{-a})}{m\,(\omega^2_{-\mathrm{a}} - \omega^2_{-a})\,(\omega^2_{\mathrm{a}} - \omega^2_{-a})} = 1{,}459\,\mu\,\mathrm{F}$$

$$2\,C_3 = \frac{2\,\mu\,(\omega^2_{-a} - \omega^2_0)\,(\omega^2_a - \omega^2_0)}{m\,(\omega^2_{-\mathrm{a}} - \omega^2_0)\,(\omega^2_{\mathrm{a}} - \omega^2_0)} = 0{,}8845\,\mu\,\mathrm{F}$$

$$2\,C_4 = \frac{2\,\mu\,(\omega^2_{-a} - \omega^2_a)\,(\omega^2_0 - \omega^2_a)}{m\,(\omega^2_{-\mathrm{a}} - \omega^2_a)\,(\omega^2_{\mathrm{a}} - \omega^2_a)} = 0{,}7920\,\mu\,\mathrm{F}$$

$$2\,C_6 = \frac{2\mu m\,(\omega^2_{-\mathrm{a}} - \omega^2_{-a})(\omega^2_{\mathrm{a}} - \omega^2_{-a})(\omega^2_a - \omega^2_{-a})}{(\omega^2_{-1} - \omega^2_{-a})\,(\omega^2_0 - \omega^2_{-a})\,(\omega^2_1 - \omega^2_{-a})} = 1{,}850\,\mu\,\mathrm{F}$$

$$2\,C_7 = \frac{2\mu m\,(\omega^2_{-a} - \omega^2_{-\mathrm{a}})(\omega^2_{\mathrm{a}} - \omega^2_{-\mathrm{a}})(\omega^2_a - \omega^2_{-\mathrm{a}})}{(\omega^2_{-1} - \omega^2_{-\mathrm{a}})\,(\omega^2_0 - \omega^2_{-\mathrm{a}})\,(\omega^2_1 - \omega^2_{-\mathrm{a}})} = 1{,}612\,\mu\,\mathrm{F}$$

$$2\,C_8 = \frac{2\,\mu\,m\,(\omega^2_{-a} - \omega^2_{\mathrm{a}})\,(\omega^2_{-\mathrm{a}} - \omega^2_{\mathrm{a}})\,(\omega^2_a - \omega^2_{\mathrm{a}})}{(\omega^2_{-1} - \omega^2_{\mathrm{a}})\,(\omega^2_0 - \omega^2_{\mathrm{a}})\,(\omega^2_1 - \omega^2_{\mathrm{a}})} = 1{,}049\,\mu\,\mathrm{F}$$

$$2\,C_9 = \frac{2\,\mu\,m\,(\omega^2_{-a} - \omega^2_a)\,(\omega^2_{-\mathrm{a}} - \omega^2_a)\,(\omega^2_{\mathrm{a}} - \omega^2_a)}{(\omega^2_{-1} - \omega^2_a)\,(\omega^2_0 - \omega^2_a)\,(\omega^2_1 - \omega^2_a)} = 1{,}033\,\mu\,\mathrm{F}$$

$$\frac{1}{2}\,L_2 = \frac{1}{2\,C_2\,\omega^2_{-a}} = 0{,}041\,12\ \mathrm{H}$$

$$\frac{1}{2}\,L_3 = \frac{1}{2\,C_3\,\omega^2_0} = 0{,}037\,75\ \mathrm{H}$$

$$\frac{1}{2}\,L_4 = \frac{1}{2\,C_4\,\omega^2_a} = 0{,}022\,99\ \mathrm{H}$$

$$\frac{1}{2}\,L_7 = \frac{1}{2\,C_7\,\omega^2_{-\mathrm{a}}} = 0{,}029\,67\ \mathrm{H}$$

$$\frac{1}{2}\,L_8 = \frac{1}{2\,C_8\,\omega^2_{\mathrm{a}}} = 0{,}021\,95\ \mathrm{H}\,.$$

Ferner haben wir

$$p = \frac{C_2}{C_6} = \frac{L_6}{L_2} = 0{,}7888$$

$$\frac{2}{1+p}\,C_2 = 0{,}8155\ \mu F, \quad \frac{1+p}{2}\,L_2 = 0{,}073\,55\ \mathrm{H}$$

$$q = \frac{C_4}{C_9} = \frac{L_9}{L_4} = 0{,}7665$$

$$\frac{2}{1+q}\,C_4 = 0{,}4483\ \mu F, \quad \frac{1+q}{2}\,L_4 = 0{,}040\,63\ \mathrm{H}$$

$$\frac{p}{p+1}\,L_2 + \frac{q}{q+1}\,L_4 = 0{,}05623\ \mathrm{H}.$$

Übersetzungsverhältnisse $\frac{\text{Primärseite}}{\text{Sekundärseite}}$:

$$1:2;\ \frac{1-p}{2\,(1+p)} = 1:16{,}93;\ \frac{1-q}{2\,(1+q)} = 1:15{,}14;\ -1:2;\ -1:2.$$

Das Ergebnis ist die Schaltung Abb. 19. Falls erforderlich, lassen sich kleinere Abmessungen der Kapazitäten offenbar durch Anbringen dritter Wicklungen auf den Transformatoren erzielen.

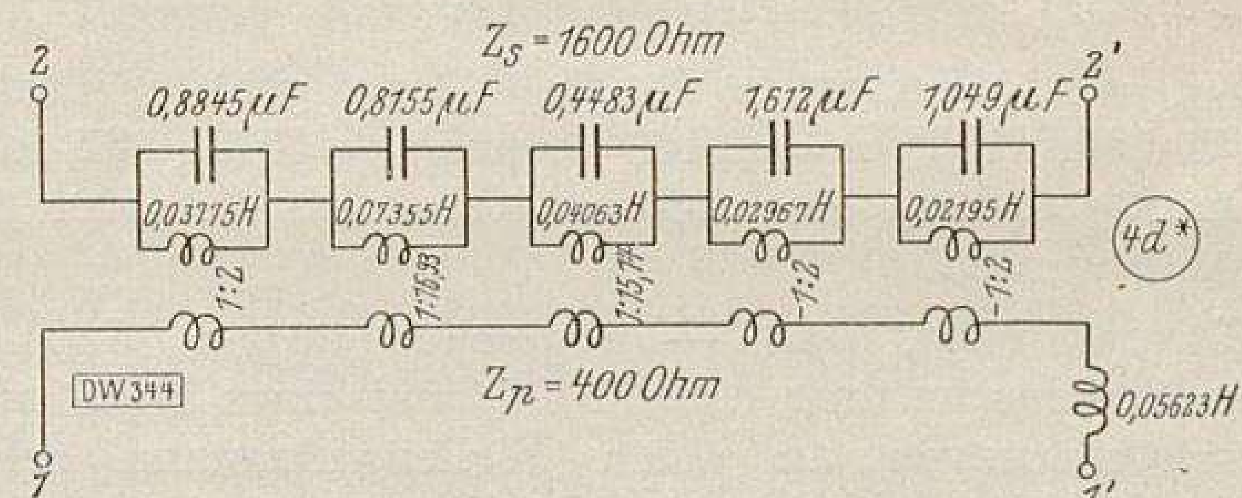


Abb. 19. Lösung der 2. Aufgabe durch Klasse 4d*

Die vorliegende Aufgabe ist wegen der starken Unsymmetrie der Dämpfungsforderungen denkbar ungünstig für die Anwendung des Kurvenmaterials, da die Tschebyscheffschen Parameter dem in der Praxis häufigeren Fall angepaßt sind, wo auf beiden Seiten des Bandes gleiche Minimaldämpfung verlangt wird, also bei vorliegender Aufgabe nicht die optimalen Charakteristiken liefern. Trotzdem ist die gefundene Lösung mit 6 Spulen und 5 Kondensatoren wirtschaftlich[14]).

Es ist von Interesse, zu versuchen, ob und wie dieselbe Aufgabe 2 durch eine Reihenschaltung eines NDF mit einem HDF gelöst werden kann. Das HDF müßte dann folgende Bedingungen erfüllen:

I. Dämpfung A:

1. Für $100 \leq f \leq 635$ Hz $A \geq 3{,}3$ Neper
2. Für $700 \leq f \leq 1100$ Hz $A < 0{,}1$ Neper

[13]) Es empfiehlt sich daher im vorliegendem Fall, einen Apparat, der in den Sperrbereichen des BDF vorzugsweise beeinflußt werden soll, mit den Eingangsklemmen des Filters nicht parallel, sondern in Reihe zu legen und demgemäß die Klasse 4 d* zu wählen.

[14]) Die optimale Klasse und die optimalen Parameter in den Funktionen der Tabellen I und II können für derartige unsymmetrische Forderungen von Fall zu Fall durch graphische Interpolation bestimmt werden.

II. Wellenwiderstand Z:

1. Sollwert $R = 400$ bzw. 1600 Ohm
2. Für $700 \leq f \leq 1100$ Hz relative Schwankung $s' = 0{,}04$
3. Für $100 \leq f \leq 550$ Hz
   a) entweder durchweg $|Z| \geq 400$ bzw. 1600 Ohm
   b) oder durchweg $|Z| \leq 400$ bzw. 1600 Ohm.

Zu $s' = 0{,}04$ gehört $H = 1{,}04$, $k = 1{,}119$ (Blatt 71) und somit nach Tabelle VIII $a^2 = 0{,}690$, wenn die niedrigste in Frage kommende Wellenwiderstandsklasse 2 oder 2* gewählt wird. Mit $f_{k1} = 700$ und $f_{k2} = 1100$ findet man aus dem in Tabelle X angegebenen Wert

$$k = \sqrt{\frac{\frac{f^2_{k2}}{f^2_1} - 1}{\frac{f^2_{k2}}{f^2_{k1}} - 1}}$$

$f_1 = 653$ Hz.

Es ist $r' = 1$ für $\Omega \approx 0{,}53$ (dies ist abzulesen für $\eta = 0{,}05$, $s' = 0{,}051$ auf Blatt 17 I, Kurve 4; denn Klasse 4 für BDF und BSF entspricht Klasse 2 für HDF und NDF). Das entspricht nach der in Tabelle X angegebenen Transformation

$$\Omega = \frac{f}{f_1} \sqrt{\frac{f^2_{k2} - f^2_1}{f^2_{k2} - f^2}}$$

der Frequenz $f = 400$. D. h., Bedingung II, 3 von S. 15 läßt sich nicht erfüllen (auch nicht mit einer höheren Klasse).

Für die Dämpfungsklasse β oder β^* bringt es nur einen sehr unwesentlichen Vorteil, die kompliziertere Frequenztransformation zu wählen. Wir nehmen also den Fall $f_{\varkappa 2} = 0$ (Tabelle X):

$$\widetilde{\Omega} = \frac{f}{f_1}, \quad \varkappa = \frac{f_\varkappa}{f_1}.$$

$A'_{1\,\text{min}} = 3{,}7$ kommt in Frage. Dazu gehört (Blatt 3 und Tabelle XIV) $\varkappa = 0{,}915$, woraus $f_\varkappa = 597 < 635$ folgt. Es müßte danach eine höhere Klasse als β 2 oder β 2* gewählt werden.

Daraus folgt, daß — abgesehen davon, daß mit einer Reihenschaltung eines NDF und eines HDF nicht alle Forderungen an einen Wellenwiderstand erfüllt werden können — diese Art der Lösung der Aufgabe 2 ungünstiger ist als die durch ein BDF. Denn die niedrigste für das NDF in Frage kommende Klasse ist 2 β oder 2 β^*, die niedrigste für das HDF in Frage kommende Klasse β 2 oder β 2*. Nach Tabelle V sind aber zur Realisierung der Klasse 2 β^* drei Spulen und drei Kondensatoren, zur Realisierung der Klasse β 2* (oder $\alpha_2$2*) vier Spulen und zwei Kondensatoren notwendig. Bei der Reihenverbindung beider Schaltungen kann zwar eine Spule gespart und die primär und sekundär verschiedenen Sollwerte des Wellenwiderstandes können wieder durch passende Übersetzungsverhältnisse der Transformatoren berücksichtigt werden. Aber im ganzen sind dann doch schon sechs Spulen und fünf Kondensatoren für eine Schaltung erforderlich, die noch nicht einmal alle Forderungen erfüllt.

Aufgabe 3.

Ein BDF zu konstruieren, das folgenden Bedingungen genügt:

I. Dämpfung A:

1. Für $f \leq 3740$ Hz $\quad A \geq 7{,}3$ Neper
2. Für $f \geq 7480$ Hz $\quad A \geq 7{,}1$ Neper
3. Über einen Bereich von 2500 Hz $A \leq 0{,}19$ Neper.

II. Wellenwiderstand Z:

1. Sollwert $R = 600$ Ohm
2. Maximale Schwankung in einem Bereich von 2500 Hz im Durchlaßgebiet, $s = 0{,}03$

III. Ohmsche Widerstände:

$$\chi = \frac{R}{L} = 0{,}01\,\omega, \quad \psi = 0.$$

Es handelt sich hier um dieselbe Aufgabe, welche von O. J. Zobel[15]) behandelt wurde. Wie bereits auf S. 6 erwähnt, gehört die von Zobel mitgeteilte Schaltung zur Klasse 6 d. Es zeigt sich, daß man mit Benutzung Tschebyscheffscher Parameter praktisch denselben Forderungen bereits mit einem Filter der Klasse 5 d oder 5 d* genügen kann.

Lösung: Wir wählen als Grenzfrequenzen $f_{-1} = 4000$ und $f_1 = 7000$ Hz. Aus den r-Kurven (Blatt 27 II, 28 I) ist ersichtlich, daß wegen der Forderung II, 2) als niedrigste Wellenwiderstandsklasse die Klasse d oder d* in Frage kommt; denn ein Überschlag zeigt, daß $\varkappa \geq \frac{2500}{7000 - 4000} = 0{,}83$ sein muß. Wir machen Gebrauch von dem Umstand, daß A_2 für die Klasse d (d*) für $\widetilde{\eta} = 0$ (Blatt 9) eine Unendlichkeitsstelle in beiden Sperrbereichen besitzt, nämlich in der Nähe der Grenzfrequenzen für $\widetilde{\Omega} = \pm a$ (a ist der eine Parameter der Klasse d bzw. d*). Wir versuchen a so zu bestimmen, daß diese Frequenzen unendlicher Dämpfung so nahe wie möglich mit den gegebenen Frequenzen 3740 und 7480 Hz übereinstimmen. Diese Frequenzen entsprechen gemäß der in Tabelle X angegebenen Transformation

$$\widetilde{\Omega} = \frac{f^2 - f_{-1} f_1}{(f_1 - f_{-1}) f}$$

den normierten Frequenzen $\widetilde{\Omega} = -1{,}255$ und $\widetilde{\Omega} = 1{,}245$. Demgemäß wählen wir $a = 1{,}25$. Nun ist zu prüfen, ob die Forderung für den Wellenwiderstand II, 2) erfüllt ist. Aus Tabelle IX und aus Blatt 71 folgt, daß für die Klasse d oder d* zu $a = 1{,}25$ die folgenden Tschebyscheffschen Parameter gehören:

$$\varkappa = 0{,}827$$
$$\Theta = 1{,}021$$

Wegen

$$\varkappa = \frac{f_\varkappa - f_{-\varkappa}}{f_1 - f_{-1}}$$

(vgl. Tabelle X) wird

$$f_\varkappa - f_{-\varkappa} = 2480.$$

Da die Gleichmäßigkeit des Wellenwiderstandsverlaufs, wie aus den r-Kurven zu ersehen ist, für $\widetilde{\eta} \neq 0$ sich erhöht, ist praktisch mit den angeführten Parametern über einen Frequenzbereich von 2500 Hz

$$s = \Theta - 1 = 0{,}021,$$

also die Forderung II, 2 erfüllt.

Von $\widetilde{\Omega} = 1{,}25$ bis $\widetilde{\Omega} = 1{,}6$ zeigt die A_2-Kurve (Blatt 9 II d) einen scharfen Abfall von ∞ zu etwa $A_2 = -0{,}5$. Deshalb werden die Dämpfungsforderungen I, 1 und I, 2 erfüllt, wenn nur A_1 oberhalb bzw. unterhalb der Frequenzen $\widetilde{\Omega} = \pm 1{,}6$ hinreichend groß ist. So mögen die entsprechenden Frequenzen $f_k = 8210$ und $f_{-k} = 3410$ als Enden der beiden Tschebyscheff-Intervalle für $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ gewählt werden.

[15]) Vgl. „The Bell System Technical Journal" 1923, S. 30.

Zu den Tschebyscheff-Intervallen $0 < f < f_{-k}$ und $f_k < f < \infty$ gehört nach Tabelle X die Transformation

$$\Omega = \frac{(\sigma + 1)\, f^2 - \sigma\, f^2_{-1} - f^2_1}{(\sigma - 1)\, f^2 - \sigma\, f^2_{-1} + f^2_1}.$$

Es ergibt sich

$$\sigma = 1{,}748$$
$$\varrho = 0{,}205$$
$$k^{-1} = 0{,}660.$$

Nach Blatt 71 hat man zu diesem k^{-1} für Klasse 6 ein überflüssig großes $A_{1\,\min}$. Für Klasse 5 wird

$$A_{1\,\min} = 7{,}64$$
$$H = 1{,}00096, \text{ und aus Tabelle VIII}$$
$$\mathrm{a} = 0{,}8465$$
$$b = 0{,}3497$$

Da aus den A_2-Kurven (Blatt 9, 29) abzulesen ist, daß $A_{2\,\min} = -0{,}65$, wird mit Klasse 5 d bzw. 5 d* eine Betriebsdämpfung $A \geqq 6{,}99$ Neper für Frequenzen oberhalb 7480 Hz und unterhalb 3740 Hz garantiert. A_3 ist in diesem Fall vollkommen zu vernachlässigen. Somit sind die Dämpfungsforderungen I, 1 und I, 2 praktisch erfüllt.

Es muß nun noch A im Durchlaßbereich kontrolliert werden, wobei die Widerstandsangabe III zur Geltung kommt. Da A_1 nicht aus den gegebenen Kurven ermittelt werden kann (es sind nur Kurven bis $A_{1\,\min} = 6{,}7$ berechnet), begnügen wir uns mit einer Berechnung für $\Omega = 0$, was praktisch mit $\tilde{\Omega} = 0$ übereinstimmt. Nach Tabelle X, 1. Zeile wird $\eta = 0{,}017$ und damit für Klasse 5* nach Tabelle VI, wo Ω durch $-\eta i$ zu ersetzen ist (vgl. Abschnitt 8),

$$\sqrt{\frac{z_2}{z_1}} = 0{,}074 - i\,.$$

Für Klasse d* wird nach Tabelle VII

$$\sqrt{z_1 z_2} = 0{,}980$$

und somit nach den Formeln von Tabelle XII

$$A_1 = 0{,}074 \qquad B_1 = 1{,}57$$
$$A'_1 = 4{,}57 \qquad B_1' = \pi$$
$$A_2 = 0{,}000$$
$$A_3 = 0{,}000$$

und

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 0{,}074,$$

ein Wert, der in der Tat kleiner ist als 0,19.

Die Wahl zwischen Klasse 5 d und 5 d* fällt nach Tabelle V zugunsten von 5 d* aus, wo sieben Spulen und sechs Kapazitäten benötigt werden. Das bedeutet eine Ersparnis von drei Spulen und vier Kapazitäten gegenüber der von O. J. Zobel angegebenen Schaltung. Unter Berücksichtigung von Tabelle XI ist die Schaltung bis auf Äquivalenz durch folgende Angaben bestimmt:

$$Z_1 = \frac{m\,\lambda\,(\lambda^2 + \omega^2_{-1})\,(\lambda^2 + \omega^2_{-b})\,(\lambda^2 + \omega^2_{a})}{\mu\,(\lambda^2 + \omega^2_{-a})\,(\lambda^2 + \omega^2_{-a})\,(\lambda^2 + \omega^2_{b})\,(\lambda^2 + \omega^2_{a})}$$

$$Z_2 = \frac{\lambda\,(\lambda^2 + \omega^2_{-a})(\lambda^2 + \omega^2_{b})\,(\lambda^2 + \omega^2_{1}}{m\,\mu\,(\lambda^2 + \omega^2_{-a})\,(\lambda^2 + \omega^2_{-b})\,(\lambda^2 + \omega^2_{a})\,(\lambda^2 + \omega^2_{a})}$$

$$\mu = \frac{\Theta}{(\omega_1 - \omega_{-1})\, a^2 R}$$

$$\omega^2_{\pm a} = \omega_{-1}\,\omega_1 \pm \frac{1}{2}\,(\omega_1 - \omega_{-1})^2\, a^2 \left(\sqrt{1 + \frac{4\,\omega_{-1}\,\omega_1}{(\omega_1 - \omega_{-1})^2 a^2}} \pm 1\right)$$

$$m = \frac{\sqrt{\sigma}\,[\sigma + 1 - (\sigma - 1)\,\mathrm{a}]\,[\sigma + 1 + (\sigma - 1)\,b]}{[\sigma + 1 + (\sigma - 1)\,\mathrm{a}]\,[\sigma + 1 - (\sigma - 1)\,b]}$$

$$\omega^2_{\pm \mathrm{a}} = \frac{\sigma\,(1 \mp \mathrm{a})\,\omega^2_{-1} + (1 \pm \mathrm{a})\,\omega^2_1}{\sigma\,(1 \mp \mathrm{a}) + 1 \pm \mathrm{a}}$$

$$\omega^2_{\pm b} = \frac{\sigma\,(1 \mp b)\,\omega^2_{-1} + (1 \pm b)\,\omega^2_1}{\sigma\,(1 \mp b) + 1 \pm b}\,.$$

Hierin ist

$$\Theta = 1{,}021$$
$$R = 600$$
$$a = 1{,}25$$

$$\omega_{-1} = 2\,\pi\, f_{-1} = 4000 \cdot 2\,\pi$$
$$\omega_1 = 2\,\pi\, f_1 = 7000 \cdot 2\,\pi$$

$$\sigma = 1{,}748$$
$$\mathrm{a} = 0{,}8465$$
$$b = 0{,}3497.$$

Aufgabe 4.

Ein BDF zu entwerfen, das folgenden Bedingungen genügt:

1. Mittlere Durchlaßfrequenz 900 Hz.
2. Durchlaßbreite 80 Hz, wobei die praktischen Siebgrenzen dadurch definiert sind, daß die Betriebsdämpfung für sie 0,5 Neper über der Minimaldämpfung liegt.
3. Mittlere Steilheit der Dämpfungskurve zwischen 1 und 5 Neper mindestens 0,07 Neper je Hz.
4. Minimaldämpfung 0,45 Neper.
5. In den Sperrbereichen Dämpfung mindestens 5 Neper.
6. Eignung für Parallelbetrieb mit anderen Siebschaltungen, d. h. möglichst großer Wert des Betrages des Wellenwiderstandes in den Sperrbereichen.
7. Symmetrie bezüglich a- und b-Ader.
8. Kapazitäten zwischen 0,15 und 0,005 μF, Induktivitäten zwischen 2 und 0,001 H.

Lösung: Die Schaltung Abb. 11, die an Stelle der Bedingung 3) sogar die Bedingung einer mittleren Steilheit von 0,1 Neper je Hz erfüllt. Die Schaltung gehört zur Klasse 3 b* und erfordert vier Spulen und sechs Kapazitäten. Sie wurde bereits auf S. 5 näher beschrieben. Diese Lösung wurde experimentell geprüft[16]). Dieselbe Aufgabe konnte (mit einer mittleren Steilheit von nur 0,07 Neper je Hz) vorher nur mit sechs Spulen und zwölf Kapazitäten gelöst werden.

[16]) Von K. Wedler, siehe E. T. Z. 1931, 4. Heft S. 103 „Das Wechselstrom-Telegraphiesystem für 85 Baud bei einem Trägerfrequenzabstand von $f = 120$ Hz"; insbesondere Abb. 1 u. 3.

Tabelle I.

Funktionen $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$. und $\sqrt{Z_1 Z_2}$

für verschiedene Siebschaltungsklassen.

$\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ für BDF, $\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$ für BDF*

$\sqrt{Z_1 Z_2}$ für BSF, $\frac{1}{\sqrt{Z_1 Z_2}}$ für BSF*

$$1)\ m\,\frac{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_{-1}}}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$2)\ m\,\frac{\lambda^2+\omega^2_0}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_{-1}}\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$3)\ m\,\frac{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_{-1}}\ (\lambda^2+\omega^2_a)}{(\lambda^2+\omega^2_{-a})\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$4)\ m\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_{-a})\ (\lambda^2+\omega^2_a)}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_{-1}}\ (\lambda^2+\omega^2_0)\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$5)\ m\,\frac{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_{-1}}\ (\lambda^2+\omega^2_{-b})\ (\lambda^2+\omega^2_a)}{(\lambda^2+\omega^2_{-a})\ (\lambda^2+\omega^2_b)\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$6)\ m\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_{-a})\ (\lambda^2+\omega^2_0)\ (\lambda^2+\omega^2_a)}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_{-1}}\ (\lambda^2+\omega^2_{-b})\ (\lambda^2+\omega^2_b)\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

. . . .

Tabelle II.

Funktionen $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ und $\sqrt{Z_1 Z_2}$

für verschiedene Siebschaltungsklassen.

$\sqrt{Z_1 Z_2}$ für BDF, $\frac{1}{\sqrt{Z_1 Z_2}}$ für BDF*

$\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ für BSF, $\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$ für BSF*

$$a)\ \mu\,\frac{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_{-1}}}{\lambda\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$b)\ \mu\,\frac{\lambda}{\sqrt{(\lambda^2+\omega^2_{-1})\ (\lambda^2+\omega^2_1)}}$$

$$c)\ \mu\,\frac{\lambda\sqrt{\lambda^2+\omega^2_{-1}}\ (\lambda^2+\omega_a^{\,2})}{(\lambda^2+\omega^2_{-a})\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$d)\ \mu\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_{-a})\qquad(\lambda^2+\omega^2_a)}{\lambda\sqrt{(\lambda^2+\omega^2_{-1})\ (\lambda^2+\omega^2_1)}}$$

$$e)\ \mu\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_{-\beta})\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_{-1}}\ (\lambda^2+\omega^2_a)}{\lambda\ (\lambda^2+\omega^2_{-a})\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}\ (\lambda^2+\omega^2_\beta)}$$

$$f)\ \mu\,\frac{\lambda\ (\lambda^2+\omega^2_{-a})\qquad(\lambda^2+\omega^2_a)}{(\lambda^2+\omega^2_{-\beta})\sqrt{(\lambda^2+\omega^2_{-1})\ (\lambda^2+\omega^2_1)}\ (\lambda^2+\omega^2_\beta)}$$

. . . .

Tabelle III.

Funktionen $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ und $\sqrt{Z_1 Z_2}$

für verschiedene Siebschaltungsklassen.

$\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ für NDF, $\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$ für NDF*

$\sqrt{Z_1 Z_2}$ für HDF, $\frac{1}{\sqrt{Z_1 Z_2}}$ für HDF*

$$1)\ m\,\frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$2)\ m\,\frac{\lambda^2+\omega^2_a}{\lambda\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$3)\ m\,\frac{\lambda\ (\lambda^2+\omega^2_a)}{(\lambda^2+\omega^2_b)\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$4)\ m\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_c)\ (\lambda^2+\omega^2_a)}{\lambda\ (\lambda^2+\omega^2_b)\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$5)\ m\,\frac{\lambda\ (\lambda^2+\omega^2_c)\ (\lambda^2+\omega^2_a)}{(\lambda^2+\omega^2_d)\ (\lambda^2+\omega^2_b)\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$6)\ m\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_e)\ (\lambda^2+\omega^2_c)\ (\lambda^2+\omega^2_a)}{\lambda\ (\lambda^2+\omega^2_d)\ (\lambda^2+\omega^2_b)\ \sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

. . . .

Tabelle IV.

Funktionen $\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ und $\sqrt{Z_1 Z_2}$

für verschiedene Siebschaltungsklassen.

$\sqrt{Z_1 Z_2}$ für NDF, $\frac{1}{\sqrt{Z_1 Z_2}}$ für NDF*

$\sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$ für HDF, $\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}$ für HDF*

$$\alpha)\ \mu\,\frac{1}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$\beta)\ \mu\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_\alpha)}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}}$$

$$\gamma)\ \mu\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_\alpha)}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}\ (\lambda^2+\omega^2_\beta)}$$

$$\delta)\ \mu\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_\alpha)\ (\lambda^2+\omega^2_\gamma)}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}\ (\lambda^2+\omega^2_\beta)}$$

$$\varepsilon)\ \mu\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_\alpha)\ (\lambda^2+\omega^2_\gamma)}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}\ (\lambda^2+\omega^2_\beta)\ (\lambda^2+\omega^2_\delta)}$$

$$\zeta)\ \mu\,\frac{(\lambda^2+\omega^2_\alpha)\ (\lambda^2+\omega^2_\gamma)\ (\lambda^2+\omega^2_\varepsilon)}{\sqrt{\lambda^2+\omega^2_1}\ (\lambda^2+\omega^2_\beta)\ (\lambda^2+\omega^2_\delta)}$$

. . . .

Tabelle V. Mindestzahlen der erforderlichen Spulen und Kondensatoren.

Klasse	Spulen	Kondensatoren	Klasse	Spulen	Kondensatoren
n a	$n\ S$	$(n+3)\ K$	n α	$n\ S$	$(n+1)\ K$
n a*	$(n+2)\ S$	$n\ K$	n α^*	$(n+1)\ S$	$n\ K$
n b	$(n+1)\ S$	$(n+1)\ K$	n β	$(n+2)\ S$	$(n+1)\ K$
n b*	$(n+1)\ S$	$(n+2)\ K$	n β^*	$(n+1)\ S$	$(n+1)\ K$
n c	$(n+3)\ S$	$(n+1)\ K$	n γ	$(n+2)\ S$	$(n+2)\ K$
n c*	$(n+2)\ S$	$(n+4)\ K$	n γ^*	$(n+2)\ S$	$(n+1)\ K$
n d	$(n+3)\ S$	$(n+4)\ K$	n δ	$(n+3)\ S$	$(n+2)\ K$
n d*	$(n+2)\ S$	$(n+1)\ K$	n δ^*	$(n+2)\ S$	$(n+2)\ K$
n e	$(n+3)\ S$	$(n+5)\ K$	n ε	$(n+3)\ S$	$(n+3)\ K$
n e*	$(n+4)\ S$	$(n+2)\ K$	n ε^*	$(n+3)\ S$	$(n+2)\ K$
n f	$(n+4)\ S$	$(n+3)\ K$	n ζ	$(n+4)\ S$	$(n+3)\ K$
n f*	$(n+3)\ S$	$(n+4)\ K$	n ζ^*	$(n+3)\ S$	$(n+3)\ K$
a_{2m-1} 1 und a_{2m} 1	$2m\ S$	$2m\ K$	α_n 1	$(n+1)\ S$	$n\ K$
a_{2m-1} 1* „ a_{2m} 1*	$2m\ S$	$2m\ K$	α_n 1*	$n\ S$	$(n+2)\ K$
a_{2m-1} 2 „ a_{2m} 2	$(2m+1)\ S$	$(2m+1)\ K$	α_n 2	$(n+1)\ S$	$(n+3)\ K$
a_{2m-1} 2* „ a_{2m} 2*	$(2m+1)\ S$	$2m\ K$	α_n 2*	$(n+2)\ S$	$n\ K$
a_{2m-1} 3 „ a_{2m} 3	$(2m+2)\ S$	$(2m+1)\ K$	α_n 3	$(n+3)\ S$	$(n+1)\ K$
a_{2m-1} 3* „ a_{2m} 3*	$(2m+2)\ S$	$(2m+1)\ K$	α_n 3*	$(n+2)\ S$	$(n+3)\ K$
a_{2m-1} 4 „ a_{2m} 4	$(2m+3)\ S$	$(2m+2)\ K$	α_n 4	$(n+3)\ S$	$(n+4)\ K$
a_{2m-1} 4* „ a_{2m} 4*	$(2m+2)\ S$	$(2m+1)\ K$	α_n 4*	$(n+3)\ S$	$(n+1)\ K$
a_{2m-1} 5 „ a_{2m} 5	$(2m+3)\ S$	$(2m+2)\ K$	α_n 5	$(n+4)\ S$	$(n+2)\ K$
a_{2m-1} 5* „ a_{2m} 5*	$(2m+3)\ S$	$(2m+2)\ K$	α_n 5*	$(n+3)\ S$	$(n+4)\ K$
a_{2m-1} 6 „ a_{2m} 6	$(2m+4)\ S$	$(2m+3)\ K$	α_n 6	$(n+4)\ S$	$(n+5)\ K$
a_{2m-1} 6* „ a_{2m} 6*	$(2m+3)\ S$	$(2m+2)\ K$	α_n 6*	$(n+4)\ S$	$(n+2)\ K$

Tabelle VI
Normierte Funktionen
$\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ und $\sqrt{z_1 z_2}$

I.	II.
$\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ für BDF, $\sqrt{\frac{z_1}{z_2}}$ für BDF* $\sqrt{z_1 z_2}$ für BSF, $\frac{1}{\sqrt{z_1 z_2}}$ für BSF*	$\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ für NDF, $\sqrt{\frac{z_1}{z_2}}$ für NDF* $\sqrt{z_1 z_2}$ für HDF, $\frac{1}{\sqrt{z_1 z_2}}$ für HDF*
1) $\frac{\sqrt{\Omega+1}}{\sqrt{\Omega-1}}$	1) siehe I., 2)
2) $\frac{1}{H} \cdot \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2-1}}$	2) „ I., 4)
3) $\frac{\sqrt{\Omega+1}\,(\Omega-a)}{(\Omega+a)\sqrt{\Omega-1}}$	3) „ I., 6)
4) $H\,\frac{\Omega^2-a^2}{\Omega\sqrt{\Omega^2-1}}$	4) $\frac{H\,(\Omega^2-a^2)(\Omega^2-c^2)}{\Omega\sqrt{\Omega^2-1}\,(\Omega^2-b^2)}$
5) $\frac{\sqrt{\Omega+1}\,(\Omega+b)(\Omega-a)}{(\Omega+a)(\Omega-b)\sqrt{\Omega-1}}$	5) $\frac{\Omega\,(\Omega^2-a^2)(\Omega^2-c\ )}{H\sqrt{\Omega^2-1}\,(\Omega^2-b^2)(\Omega^2-d^2)}$
6) $\frac{1}{H} \cdot \frac{\Omega\,(\Omega^2-a^2)}{\sqrt{\Omega^2-1}\,(\Omega^2-b^2)}$	6) $\frac{H\,(\Omega^2-a^2)(\Omega^2-c^2)(\Omega^2-e^2)}{\Omega\sqrt{\Omega^2-1}\,(\Omega^2-b^2)(\Omega^2-d^2)}$

Tabelle VII
Normierte Funktionen
$\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ und $\sqrt{z_1 z_2}$

I.	II.
$\sqrt{z_1 z_2}$ für BDF, $\frac{1}{\sqrt{z_1 z_2}}$ für BDF* $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ für BSF, $\sqrt{\frac{z_1}{z_2}}$ für BSF*	$\sqrt{z_1 z_2}$ für NDF, $\frac{1}{\sqrt{z_1 z_2}}$ für NDF* $\sqrt{\frac{z_2}{z_1}}$ für HDF, $\sqrt{\frac{z_1}{z_2}}$ für HDF*
a) $\frac{\sqrt{1+\widetilde{\Omega}}}{\sqrt{1-\widetilde{\Omega}}}$	α) siehe I., b)
b) $\frac{1}{\Theta\sqrt{1-\widetilde{\Omega}^2}}$	β) „ I., d)
c) $\frac{\sqrt{1+\widetilde{\Omega}}\,(\alpha-\widetilde{\Omega})}{(\alpha+\widetilde{\Omega})\sqrt{1-\widetilde{\Omega}}}$	γ) „ I., f)
d) $\frac{\Theta\,(\alpha^2-\widetilde{\Omega}^2)}{\alpha^2\sqrt{1-\widetilde{\Omega}^2}}$	δ) $\frac{\beta^2\,\Theta\,(\alpha^2-\widetilde{\Omega}^2)(\gamma^2-\widetilde{\Omega}^2)}{\alpha^2\gamma^2\sqrt{1-\widetilde{\Omega}^2}\,(\beta^2-\widetilde{\Omega}^2)}$
e) $\frac{(\beta-\widetilde{\Omega})\sqrt{1+\widetilde{\Omega}}\,(\alpha-\widetilde{\Omega})}{(\alpha+\widetilde{\Omega})\sqrt{1-\widetilde{\Omega}}\,(\beta-\widetilde{\Omega})}$	ε) $\frac{\beta^2\,\delta^2\,(\alpha^2-\widetilde{\Omega}^2)(\gamma^2-\widetilde{\Omega}^2)}{\alpha^2\gamma^2\,\Theta\sqrt{1-\widetilde{\Omega}^2}\,(\beta^2-\widetilde{\Omega}^2)(\delta^2-\widetilde{\Omega}^2)}$
f) $\frac{\beta^2\,(\alpha^2-\widetilde{\Omega}^2)}{\alpha^2\,\Theta\sqrt{1-\widetilde{\Omega}^2}\,(\beta^2-\widetilde{\Omega}^2)}$	ζ) $\frac{\beta^2\,\delta^2\,\Theta\,(\alpha^2-\widetilde{\Omega}^2)(\gamma^2-\widetilde{\Omega}^2)(\varepsilon^2-\widetilde{\Omega}^2)}{\alpha^2\gamma^2\varepsilon^2\sqrt{1-\widetilde{\Omega}^2}\,(\beta^2-\widetilde{\Omega}^2)(\delta^2-\widetilde{\Omega}^2)}$

Tabelle VIII
Tschebyscheffsche
Parameter.

Klassen NDF HDF	BDF BSF	a	b	c	d	e	$\frac{H^2-1}{H^2+1}$	$\sqrt{1-H^{-4}}$
	1	—	—	—	—	—	k^{-1}	—
1	2	—	—	—	—	—	—	k^{-1}
	3	$\operatorname{sn}\frac{K}{3}$	—	—	—	—	$k^{-3}a^{4}$	—
2	4	$\operatorname{sn}\frac{K}{2}$*)	—	—	—	—	—	$k^{-2}a^{4}$
	5	$\operatorname{sn}\frac{3K}{5}$	$\operatorname{sn}\frac{K}{5}$	—	—	—	$k^{-5}a^{4}b^{4}$	—
3	6	$\operatorname{sn}\frac{2K}{3}$	$\operatorname{sn}\frac{K}{3}$	—	—	—	—	$k^{-3}b^{4}$
4	8	$\operatorname{sn}\frac{3K}{4}$	$\operatorname{sn}\frac{2K}{4}$*)	$\operatorname{sn}\frac{K}{4}$	—	—	—	$k^{-4}a^{4}c^{4}$
5	10	$\operatorname{sn}\frac{4K}{5}$	$\operatorname{sn}\frac{3K}{5}$	$\operatorname{sn}\frac{2K}{5}$	$\operatorname{sn}\frac{K}{5}$	—	—	$k^{-5}b^{4}d^{4}$
6	12	$\operatorname{sn}\frac{5K}{6}$	$\operatorname{sn}\frac{4K}{6}$	$\operatorname{sn}\frac{3K}{6}$*)	$\operatorname{sn}\frac{2K}{6}$	$\operatorname{sn}\frac{K}{6}$	—	$k^{-6}a^{4}c^{4}e^{4}$

*) $\operatorname{sn}\frac{K}{2} = k\cdot\sqrt{1-\sqrt{1-k^{-2}}}$

Tabelle X Frequenz-

Klasse	Tschebyscheff-Intervalle	Frequenztransformation	k für Kl. 1, 2, 3, ... / $\varkappa$ für Kl. {a, b, c, ... / α, β, γ, ...}	f_0 für Kl. 1, 2, 3, ... / $\tilde{f}_0$ für Kl. a, b, c, ..
1, 3, 5, ... BDF u. BSF	$0<f<f_{-k},\ f_k<f<\infty$ $(f_{-k}<f_{-1}<f_1<f_k)$	$\Omega = \frac{(\sigma+1)f^2-\sigma f^2_{-1}-f^2_1}{(\sigma-1)f^2-\sigma f^2_{-1}+f^2_1}$	$\frac{1+\varrho}{1-\varrho}$	$\sqrt{\frac{\sigma f^2_{-1}+f^2_1}{\sigma+1}}$
		$\Omega = \frac{2f^2-f^2_{-1}-f^2_1}{f^2_1-f^2_{-1}}$	$\frac{f^2_k-f^2_{-k}}{f^2_1-f^2_{-1}}$	$\sqrt{\frac{f^2_{-1}+f^2_1}{2}}$
2, 4, 6, ... BDF u. BSF	*) $f_{-k_2}<f<f_{-k_1}$, **) $f_{k_1}<f<f_{k_2}$ $(f_{-k_2}<f_{-k_1}<f_{-1}<f_1<f_{k_1}<f_{k_2})$	$\Omega = v\sqrt{\frac{\tau^2-1}{\tau^2-v^2}},$ $v = \frac{(\sigma+1)f^2-\sigma f^2_{-1}-f^2_1}{(\sigma-1)f^2-\sigma f^2_{-1}+f^2_1}$	$\sqrt{\frac{\tau^2-1}{\left(\frac{1-\varrho}{1+\varrho}\right)^2\tau^2-1}}$	$\sqrt{\frac{\sigma f^2_{-1}+f^2_1}{\sigma+1}}$
		$\Omega = w\sqrt{\frac{(f^2_{k_2}-f^2_{-k_2})^2-(f^2_1-f^2_{-1})^2}{(f^2_{k_2}-f^2_{-k_2})^2-(2f^2-f^2_{-1}-f^2_1)^2}}$ $w = \frac{2f^2-f^2_{-1}-f^2_1}{f^2_1-f^2_{-1}}$	$\sqrt{\frac{\left(\frac{f^2_{k_2}-f^2_{-k_2}}{f^2_1-f^2_{-1}}\right)^2-1}{\left(\frac{f^2_{k_2}-f^2_{-k_2}}{f^2_{k_1}-f^2_{-k_1}}\right)^2-1}}$	$\sqrt{\frac{f^2_{-1}+f^2_1}{2}}$
	$0<f<f_{-k},\ f_k<f<\infty$ $(f_{-k}<f_{-1}<f_1<f_k)$	siehe Klassen 1, 3, 5, ...		
b, d, f, ...	$f_{-\varkappa}<f<f_\varkappa$ $(f_{-1}<f_{-\varkappa}<f_\varkappa<f_1)$	$\tilde{\Omega} = \frac{f^2-f_{-1}f_1}{(f_1-f_{-1})f}$	$\frac{f_\varkappa-f_{-\varkappa}}{f_1-f_{-1}}$	$\sqrt{f_{-1}f_1}$
a, c, e, ...	$f_{-\varkappa}<f<f_\varkappa$ $(f_{-1}<f_{-\varkappa}<f_\varkappa<f_1)$	$\tilde{\Omega} = \frac{2f^2-f^2_{-1}-f^2_1}{f^2_1-f^2_{-1}}$	$\frac{f^2_\varkappa-f^2_{-\varkappa}}{f^2_1-f^2_{-1}}$	$\sqrt{\frac{f^2_{-1}+f^2_1}{2}}$
1, 2, 3, ... NDF u. HDF	$f_{k_1}<f<f_{k_2}$ $(f_1<f_{k_1}<f_{k_2})$	$\Omega = \frac{f}{f_1}\sqrt{\frac{f^2_{k_2}-f^2_1}{f^2_{k_2}-f^2}}$	$\sqrt{\frac{\frac{f^2_{k_2}}{f^2_1}-1}{\frac{f^2_{k_2}}{f^2_{k_1}}-1}}$	—
	$f_k<f<\infty$ $(f_1<f_k)$	$\Omega = \frac{f}{f_1}$	$\frac{f_k}{f_1}$	—
α, β, γ, ...	$f_{\varkappa_2}<f<f_{\varkappa_1}$ $(f_{\varkappa_2}<f_{\varkappa_1}<f_1)$	$\tilde{\Omega} = \sqrt{\frac{f^2-f^2_{\varkappa_2}}{f^2_1-f^2_{\varkappa_2}}}$	$\sqrt{\frac{f^2_{\varkappa_1}-f^2_{\varkappa_2}}{f^2_1-f^2_{\varkappa_2}}}$	—
	$0<f<f_\varkappa$ $(f_\varkappa<f_1)$	$\tilde{\Omega} = \frac{f}{f_1}$	$\frac{f_\varkappa}{f_1}$	—

*) Falls $f^2_{-k_2} < 0$ oder $f^2_{-k_2} > f^2_1$ statt dessen: $0 < f < f_{-k_1}$ **) Falls $f^2_{k_2} < f^2_{-1}$ statt dessen: $f_{k_1} < f < \infty$

Klassen NDF HDF	Klassen BDF BSF	α^{-1}	β^{-1}	γ^{-1}	δ^{-1}	ε^{-1}	$\frac{\Theta^2-1}{\Theta^2+1}$	$\sqrt{1-\Theta^{-4}}$
	a	—	—	—	—	—	$\varkappa$	—
α	b	—	—	—	—	—	—	$\varkappa$
	c	$\operatorname{sn}\frac{K}{3}$	—	—	—	—	$\varkappa^3\alpha^{-4}$	—
β	d	$\operatorname{sn}\frac{K}{2}$*)	—	—	—	—	—	$\varkappa^2\alpha^{-4}$
	e	$\operatorname{sn}\frac{3K}{5}$	$\operatorname{sn}\frac{K}{5}$	—	—	—	$\varkappa^5\alpha^{-4}\beta^{-4}$	—
γ	f	$\operatorname{sn}\frac{2K}{3}$	$\operatorname{sn}\frac{K}{3}$	—	—	—	—	$\varkappa^3\beta^{-4}$
δ	h	$\operatorname{sn}\frac{3K}{4}$	$\operatorname{sn}\frac{2K}{4}$*)	$\operatorname{sn}\frac{K}{4}$	—	—	—	$\varkappa^4\alpha^{-4}\gamma^{-4}$
ε	k	$\operatorname{sn}\frac{4K}{5}$	$\operatorname{sn}\frac{3K}{5}$	$\operatorname{sn}\frac{2K}{5}$	$\operatorname{sn}\frac{K}{5}$	—	—	$\varkappa^5\beta^{-4}\delta^{-4}$
ζ	m	$\operatorname{sn}\frac{5K}{6}$	$\operatorname{sn}\frac{4K}{6}$	$\operatorname{sn}\frac{3K}{6}$*)	$\operatorname{sn}\frac{2K}{6}$	$\operatorname{sn}\frac{K}{6}$	—	$\varkappa^6\alpha^{-4}\gamma^{-4}\varepsilon^{-4}$

*) $\operatorname{sn}\frac{K}{2}=\varkappa^{-1}\sqrt{1-\sqrt{1-\varkappa^2}}$

Tabelle IX
Tschebyscheffsche Parameter.

transformationen

η für Kl. 1, 2, 3, . . . $\tilde{\eta}$ für Kl. $\begin{cases} \text{a, b, c, . . .} \\ \alpha, \beta, \gamma, \text{. . .} \end{cases}$	BDF u. BSF η_0 für Kl. 1, 2, 3, . . . $\tilde{\eta}_0$ für Kl. a, b, c, . . .	NDF u. HDF η_1 für Kl. 1, 2, 3, . . . $\tilde{\eta}_1$ für Kl. α, β, γ, . . .	Bemerkungen
$\frac{\sigma(f^2_1-f^2_{-1})f(\chi+\psi)}{\pi[(\sigma-1)f^2-\sigma f^2_{-1}+f^2_1]^2}$ $\frac{f(\chi+\psi)}{\pi(f^2_1-f^2_{-1})}$	$\frac{(\sigma+1)^2 f_0(\chi+\psi)}{4\pi\sigma(f^2_1-f^2_{-1})}$ $\frac{f_0(\chi+\psi)}{\pi(f^2_1-f^2_{-1})}$		$\varrho=\sqrt{\frac{(f^2_k-f^2_1)(f^2_{-1}-f^2_{-k})}{(f^2_k-f^2_{-1})(f^2_1-f^2_{-k})}},\ \sigma=\sqrt{\frac{(f^2_k-f^2_1)(f^2_1-f^2_{-k})}{(f^2_k-f^2_{-1})(f^2_{-1}-f^2_{-k})}}$ $\underline{\sigma=1}\,,\ f^2_{-k}+f^2_k=f^2_{-1}+f^2_1$
$\frac{\vartheta\tau^2\sqrt{\tau^2-1}}{(\tau^2-v^2)^{3/2}}$ $\vartheta=\frac{\sigma(f^2_1-f^2_{-1})f(\chi+\psi)}{\pi[(\sigma-1)f^2-\sigma f^2_{-1}+f^2_1]^2}$	$\frac{\sqrt{\tau^2-1}(\sigma+1)^2 f_0(\chi+\psi)}{4\pi\tau\sigma(f^2_1-f^2_{-1})}$		$\varrho=\sqrt{\frac{(f^2_{k1}-f^2_1)(f^2_{-1}-f^2_{-k1})}{(f^2_{k1}-f^2_{-1})(f^2_1-f^2_{-k1})}},\ \sigma=\sqrt{\frac{(f^2_{k1}-f^2_1)(f^2_1-f^2_{-k1})}{(f^2_{k1}-f^2_{-1})(f^2_{-1}-f^2_{-k1})}},$ $\tau=\frac{(\sigma+1)f^2_{k2}-\sigma f^2_{-1}-f^2_1}{(\sigma-1)f^2_{k2}-\sigma f^2_{-1}+f^2_1},\ f^2_{k2}=\frac{\left\{(f^2_1-\sigma f^2_{-1})(\sigma f^2_{-1}+f^2_1-f^2_{-k2})\right\}}{f^2_1-\sigma^2 f^2_{-1}+(\sigma^2-1)f^2_{-k2}}$
$\frac{\vartheta(f^2_{k2}-f^2_{-k2})^2\sqrt{(f^2_{k2}-f^2_{-k2})^2-(f^2_1-f^2_{-1})^2}}{[(f^2_{k2}-f^2_{-k2})^2-(2f^2-f^2_{-1}-f^2_1)^2]^{3/2}}$ $\vartheta=\frac{f(\chi+\psi)}{\pi(f^2_1-f^2_{-1})}$	$\frac{\sqrt{\tau^2-1}\,f_0(\chi+\psi)}{\pi\tau(f^2_1-f^2_{-1})}$		$\underline{\sigma=1}\,,\ f^2_{-k1}+f^2_{k1}=f^2_{-k2}+f^2_{k2}=f^2_{-1}+f^2_1,$ $\tau=\frac{f^2_{k2}-f^2_{-k2}}{f^2_1-f^2_{-1}}$
siehe Klassen 1, 3, 5, . . .			$\tau\longrightarrow\infty\ ,\ f_{-k1}=f_{-k}\ ,\ f_{k1}=f_k$
$\frac{f_{-1}f_1(\chi+\psi)}{2\pi(f_1-f_{\ 1})f^2}$	$\frac{\chi+\psi}{2\pi(f_1-f_{-1})}$		$f_{-\varkappa}f_\varkappa=f_{-1}f_1$
$\frac{f(\chi+\psi)}{\pi(f^2_1-f^2_{-1})}$	$\frac{f_0(\chi+\psi)}{\pi(f^2_1-f^2_{-1})}$		Näherungsformeln für den Fall: $\frac{f_1-f_{-1}}{\tilde{f}_0}\ll 1$
$\frac{\sqrt{f^2_{k2}-f^2_1}\,f^2_{k2}(\chi+\psi)}{4\pi(f^2_{k2}-f^2)^{3/2}f_1}$	$\frac{f^2_{k2}(\chi+\psi)}{4\pi(f^2_{k2}-f^2_1)f_1}$		
$\frac{\chi+\psi}{4\pi f_1}$	$\frac{\chi+\psi}{4\pi f_1}$		$f_{k2}\longrightarrow\infty\ ,\ f_{k1}=f_k$
$\frac{f(\chi+\psi)}{4\pi\sqrt{(f^2-f^2_{\varkappa2})(f^2_1-f^2_{\varkappa2})}}$	$\frac{f_1(\chi+\psi)}{4\pi(f^2_1-f^2_{\varkappa2})}$		
$\frac{\chi+\psi}{4\pi f_1}$	$\frac{\chi+\psi}{4\pi f_1}$		$f_{\varkappa2}=0\ ,\ f_{\varkappa1}=f_\varkappa$

Tabelle XI. Frequenztransfor-

Klasse	$\Omega = \frac{(\sigma+1) f^2 - \sigma f^2_{-1} - f^2_1}{(\sigma-1) f^2 - \sigma f^2_{-1} + f^2_1}$ m für BDF und BDF* $m R^{-1}$ für BSF $m R$ für BSF*	Klasse	$\widetilde{\Omega} = \frac{f^2 - f_{-1} f_1}{(f_1 - f_{-1}) f}$ μR^{-1} für BDF μR für BDF* μ für BSF und BSF*	Klasse	$\Omega = \frac{f}{f_1} \sqrt{\frac{f^2_{k2} - f^2_1}{f^2_{k2} - f^2}}$ m für NDF u. NDF* $m R^{-1}$ für HDF $m R$ für HDF*
1	$\sqrt{\sigma}$			1	H^{-1}
2	$\frac{\sigma+1}{2 H \sqrt{\sigma}}$	b	$\frac{\omega_1 - \omega_{-1}}{\Theta}$	2	H
3	$\frac{\sqrt{\sigma}\,[\sigma+1-(\sigma-1)\,\mathrm{a}]}{\sigma+1+(\sigma-1)\,\mathrm{a}}$			3	H^{-1}
4	$\frac{H\,[(\sigma+1)^2-(\sigma-1)^2\,\mathrm{a}^2]}{2\sqrt{\sigma}\,(\sigma+1)}$	d	$\frac{\Theta}{(\omega_1-\omega_{-1})\,\alpha^2}$	4	H
5	$\frac{\sqrt{\sigma}\,[\sigma+1-(\sigma-1)\,\mathrm{a}]\,[\sigma+1+(\sigma-1)\,b]}{[\sigma+1+(\sigma-1)\,\mathrm{a}]\,[\sigma+1-(\sigma-1)\,b]}$			5	H^{-1}
6	$\frac{(\sigma+1)\,[(\sigma+1)^2-(\sigma-1)^2\,\mathrm{a}^2]}{2 H \sqrt{\sigma}\,[(\sigma+1)^2-(\sigma-1)^2\,b^2]}$	f	$\frac{(\omega_1-\omega_{-1})\,\beta^2}{\Theta\,\alpha^2}$	6	H
	$\omega^2_{\pm\mathrm{a}} = \frac{\sigma(1\mp\mathrm{a})\,\omega^2_{-1} + (1\pm\mathrm{a})\,\omega^2_1}{\sigma(1\mp\mathrm{a})+1\pm\mathrm{a}}$		$\omega^2_{\pm\mathrm{a}} = \omega_{-1}\omega_1 \pm \frac{1}{2}(\omega_1-\omega_{-1})^2\alpha^2\left(\sqrt{1+\frac{4\,\omega_{-1}\,\omega_1}{(\omega_1-\omega_{-1})^2\,\alpha^4}} \pm 1\right)$		$\omega^2_{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{a}^2\,\omega_1^2}{1-(1-\mathrm{a}^2)\left(\frac{f_1}{f_{k2}}\right)^2}$

Tabelle XIII. Inhaltsverzeichnis der Blätter.

1. A_2-B_2-Tafel
2. A_3-B_3-Tafel

Die in einer Zeile stehenden Blätter haben gleiche Parameter. Man suche die Parameter in Tabelle XIV unter den hier in der zweiten Spalte angegebenen Nummern.

$\eta = 0$

$A_1(A'_1)_{\min}$	A_1, A'_1, r, r', A_2, A'_2	B_1, B'_1, r, r'	A'_2	A_2	B'_2, B_2
3,7	3	7 I	8 I	9 I	10 I
4,7	4	7 II	8 II	9 II	10 II
5,7	5	7 III	8 III	9 III	10 III
6,7	6	7 IV	8 IV	9 IV	10 IV

$\eta = 0{,}05$

$A_{1\min}$	A_1	B_1	r, φ'	A'_2	B'_2
3,7	11	15 I	17 I	19 I	20 I
4,7	12	15 II	17 II	19 II	20 II
5,7	13	16 I	18 I	19 III	20 III
6,7	14	16 II	18 II	19 IV	20 IV

$\widetilde{\eta} = 0{,}05$

$A'_{1\min}$	A'_1	B'_1	r, φ	A_2	B_2
2,7	21	25 I	27 I	29 I	30 I
3,7	22	25 II	27 II	29 II	30 II
4,7	23	26 I	28 I	29 III	30 III
5,7	24	26 II	28 II	29 IV	30 IV

$\eta = 0{,}1$

$A_{1\min}$	A_1	B_1	r', φ'	A'_2	B'_2
3,7	31	35 I	37 I	39 I	40 I
4,7	32	35 II	37 II	39 II	40 II
5,7	33	36 I	38 I	39 III	40 III
6,7	34	36 II	38 II	39 IV	40 IV

$\widetilde{\eta} = 0{,}1$

$A'_{1\min}$	A'_1	B'_1	r, φ	A_2	B_2
2,7	41	45 I	47 I	49 I	50 I
3,7	42	45 II	47 II	49 II	50 II
4,7	43	46 I	48 I	49 III	50 III
5,7	44	46 II	48 II	49 IV	50 IV

$\eta = 0{,}2$

$A_{1\min}$	A_1	B_1	r', φ'	A'_2	B'_2
3,7	51	55 I	57 I	59 I	60 I
4,7	52	55 II	57 II	59 II	60 II
5,7	53	56 I	58 I	59 III	60 III
6,7	54	56 II	58 II	59 IV	60 IV

$\widetilde{\eta} = 0{,}2$

$A'_{1\min}$	A'_1	B'_1	r, φ	A_2	B_2
2,7	61	65 I	67 I	69 I	70 I
3,7	62	65 II	67 II	69 II	70 II
4,7	63	66 I	68 I	69 III	70 III

71 u. 72: $A_{1\min}$ ($A'_{1\min}$) und $H(\Theta)$ als Funktion von $k^{-1}(\varkappa)$ für $\eta = 0$.

mationen	
	$\widetilde{\Omega} = \sqrt{\dfrac{f^2 - f^2_{\varkappa 2}}{f^2_1 - f^2_{\varkappa 2}}}$
Klasse	μR^{-1} für NDF μR für NDF* μ für HDF und HDF*
α	$\dfrac{\sqrt{\omega^2_1 - \omega^2_{\varkappa 2}}}{\Theta}$
β	$\dfrac{\Theta}{\alpha^2 \sqrt{\omega^2_1 - \omega^2_{\varkappa 2}}}$
γ	$\dfrac{\beta^2 \sqrt{\omega^2_1 - \omega^2_{\varkappa 2}}}{\alpha^2 \Theta}$
δ	$\dfrac{\beta^2 \Theta}{\alpha^2 \gamma^2 \sqrt{\omega^2_1 - \omega^2_{\varkappa 2}}}$
ε	$\dfrac{\beta^2 \delta^2 \sqrt{\omega^2_1 - \omega^2_{\varkappa 2}}}{\alpha^2 \gamma^2 \Theta}$
ζ	$\dfrac{\beta^2 \delta^2 \Theta}{\alpha^2 \gamma^2 \varepsilon^2 \sqrt{\omega^2_1 - \omega^2_{\varkappa 2}}}$
	$\omega^2_a = \alpha^2 \omega^2_1 - (\alpha^2 - 1)\, \omega^2_{\varkappa 2}$

$$r' e^{i\varphi'} = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{z_2}{z_1}} & \text{für BDF und NDF} \\ \sqrt{z_1 z_2} & \text{für BSF und HDF, reduzierter Wellenwiderstand} \end{cases}$$

$$r e^{i\varphi} = \begin{cases} \sqrt{z_1 z_2} & \text{für BDF und NDF} \quad ,, \quad ,, \\ \sqrt{\dfrac{z_2}{z_1}} & \text{für BSF und HDF} \end{cases}$$

$s = \Theta - 1$ für BDF und NDF, relative Maximalschwankung des Wellenwiderstandes für $(-\varkappa <)\ \widetilde{\Omega} < \varkappa$

$s' = H - 1$ für BSF und HDF, relative Maximalschwankung des Wellenwiderstandes für $(\Omega < -k$ und$)\ \Omega > k$

$$A_1 + i B_1 = \begin{cases} \ln \dfrac{\sqrt{\dfrac{z_2}{z_1}} + 1}{\sqrt{\dfrac{z_2}{z_1}} - 1} & \text{für BDF und NDF, Dämpfung und Phase} \\ \ln \dfrac{\sqrt{z_1 z_2} + 1}{\sqrt{z_1 z_2} - 1} & \text{für BSF und HDF} \end{cases}$$

$A_{1\,\min} = \ln \dfrac{H+1}{H-1}$ für BDF und NDF Minimalwert der Dämpfung A_1 für $(\Omega < -k$ und$)\ \Omega > k$

$$A_1' + i B_1' = \begin{cases} \ln \dfrac{\sqrt{z_1 z_2} + 1}{\sqrt{z_1 z_2} - 1} & \text{für BDF und NDF} \\ \ln \dfrac{\sqrt{\dfrac{z_2}{z_1}} + 1}{\sqrt{\dfrac{z_2}{z_1}} - 1} & \text{für BSF und HDF, Dämpfung und Phase} \end{cases}$$

$A'_{1\,\min} = \ln \dfrac{\Theta + 1}{\Theta - 1}$ für BSF und HDF Minimalwert der Dämpfung A_1' für $(-\varkappa <)\ \widetilde{\Omega} < \varkappa$

$A_2 + i B_2 = \ln \dfrac{(\sqrt{z_1 z_2} + 1)^2}{4 \sqrt{z_1 z_2}}$ für BDF und NDF, Zusatzdämpfung und -phase durch „schlechte Anpassung"

$A_2' + i B_2' = \ln \dfrac{(\sqrt{z_1 z_2} + 1)^2}{4 \sqrt{z_1 z_2}}$ für BSF und HDF, Zusatzdämpfung und -phase durch „schlechte Anpassung"

$A_3 + i B_3 = \ln \left[1 - e^{-(P + iQ)}\right]$

$P = 2(A_1 + A_1')$

$Q = 2(B_1 + B_1')$

$A + i B = \ln \dfrac{I'}{I} = \ln \dfrac{(z_1 + 1)(z_2 + 1)}{z_2 - z_1} = A_1 + A_2 + A_3 + i(B_1 + B_2 + B_3)$

für BDF und NDF, Betriebsdämpfung und -phase

$A' + i B' = A_1' + A_2' + A_3 + i(B_1' + B_2' + B_3)$

für BSF und HDF, Betriebsdämpfung und -phase

Tabelle XII
Bedeutung und Bezeichnung der in den Kurvenblättern auftretenden Größen.

Klassen			Blatt 3 ($\eta = 0$)	Blatt 4 ($\widetilde{\eta} = 0$)	Blatt 5	Blatt 6
NDF HDF	BDF BSF		$A\,(A'_1)_{\min} = 3{,}7$ $H = 1{,}05070$	$A\,(A'_1)_{\min} = 4{,}7$ $H = 1{,}01836$	$A_1\,(A'_1)_{\min} = 5{,}7$ $H = 1{,}00671$	$A_1\,(A'_1)_{\min} = 6{,}7$ $H = 1{,}00247$
1	2	$k =$	2,34	3,76	6,25	12,2
	3	a =	0,5797	0,5411	0,5211	0,5109
		$k =$	1,315	1,675	2,25	3,02
2	4	a² =	0,7118	0,6325	0,5813	0,5495
		$k =$	1,093	1,23	1,445	1,75
	5	a =	0,9464	0,9132	0,8845	0,8620
		$b =$	0,5166	0,4458	0,3993	0,3687
		$k =$	1,027	1,086	1,18	1,33
3	6	a² =	0,9649	0,9300	0,8932	0,8600
		$b^2 =$	0,6602	0,5408	0,4531	0,3917
		$k =$	1,01	1,032	1,081	1,154
α	b	s. BDF u. BSF Klasse 2	$\varkappa = k^{-1}$, $\alpha = \mathrm{a}^{-1}$, $\beta = b^{-1}$, $\Theta = H$			
	c	,, ,, ,, 3				
β	d	,, ,, ,, 4				
	e	,, ,, ,, 5				
γ	f	,, ,, ,, 6				

Tabelle XIV
Parameter der Kurven.

Tabelle XIV (Fortsetzung).

$\eta = 0{,}05$

Klassen NDF / HDF	BDF / BSF		Blatt 11 $A_{1\,\min}=3{,}7$ $H=1{,}05070$	Blatt 12 $A_{1\,\min}=4{,}7$ $H=1{,}01836$	Blatt 13 $A_{1\,\min}=5{,}7$ $H=1{,}00671$	Blatt 14 $A_{1\,\min}=6{,}7$ $H=1{,}00247$
1	2	k =	2,36	> 3	> 3	> 3
	3	a =	0,5797	0,5411	0,5211	0,5108
		k =	1,32	1,69	2,22	> 3
2	4	a² =	0,7103	0,6320	0,5811	0,5497
		k =	1,12	1,26	1,45	1,755

$\widetilde{\eta} = 0{,}05$

Klassen NDF / HDF	BDF / BSF		Blatt 21 $A'_{1\,\min}=2{,}7$ $\theta=1{,}14410$	Blatt 22 $A'_{1\,\min}=3{,}7$ $\theta=1{,}05070$	Blatt 23 $A'_{1\,\min}=4{,}7$ $\theta=1{,}01836$	Blatt 24 $A'_{1\,\min}=5{,}7$ $\theta=1{,}00671$
α	b	$\varkappa =$	0,65	0,425	0,25	0,12
	c	$\alpha =$	1,5355	1,7288	1,8515	1,9226
		$\varkappa =$	0,88	0,74	0,575	0,42
β	d	$\alpha^2 =$	1,2249	1,4140	1,5877	1,7264
		$\varkappa =$	0,88	0,88	0,775	0,66

$\eta = 0{,}1$

Klassen NDF / HDF	BDF / BSF		Blatt 31 $A_{1\,\min}=3{,}7$ $H=1{,}05070$	Blatt 32 $A_{1\,\min}=4{,}7$ $H=1{,}01836$	Blatt 33 $A_{1\,\min}=5{,}7$ $H=1{,}00671$	Blatt 34 $A_{1\,\min}=6{,}7$ $H=1{,}00247$
1	2	k =	2,36	> 3	> 3	> 3
	3	a =	0,5796	0,5411	0,5211	0,5109
		k =	1,34	1,70	2,23	> 3
2	4	a² =	0,7071	0,6306	0,5807	0,5496
		k =	1,32	1,33	1,49	1,78

$\widetilde{\eta} = 0{,}1$

Klassen NDF / HDF	BDF / BSF		Blatt 41 $A'_{1\,\min}=2{,}7$ $\theta=1{,}14410$	Blatt 42 $A'_{1\,\min}=3{,}7$ $\theta=1{,}05070$	Blatt 43 $A'_{1\,\min}=4{,}7$ $\theta=1{,}01836$	Blatt 44 $A'_{1\,\min}=5{,}7$ $\theta=1{,}00671$
α	b	$\varkappa =$	0,625	0,48	0,18 *)	0,0 **)
	c	$\alpha =$	1,547	1,7400	1,863	1,934
		$\varkappa =$	0,83	0,68	0,50	0,27
β	d	$\alpha^2 =$	1,2585	1,4377	1,6082	1,7453
		$\varkappa =$	0,88	0,77	0,65	0,53

*) $\Theta^{-1} = 0{,}98687$ **) $\Theta^{-1} = 0{,}99828$

$\eta = 0{,}2$

Klassen NDF / HDF	BDF / BSF		Blatt 51 $A_{1\,\min}=3{,}7$ $H=1{,}05070$	Blatt 52 $A_{1\,\min}=4{,}7$ $H=1{,}01836$	Blatt 53 $A_{1\,\min}=5{,}7$ $H=1{,}00671$	Blatt 54 $A_{1\,\min}=6{,}7$ $H=1{,}00247$
1	2	k =	2,36	> 3	> 3	> 3
	3	a =	0,5790	0,5410	0,5211	0,5109
		k =	1,42	1,75	2,27	> 3
2	4	a² =	0,6943	0,6256	0,5789	0,5489
		k =	1,30	1,55	1,88	1,95

$\widetilde{\eta} = 0{,}2$

Klassen NDF / HDF	BDF / BSF		Blatt 61 $A'_{1\,\min}=2{,}7$ $\theta=1{,}14410$	Blatt 62 $A'_{1\,\min}=3{,}7$ $\theta=1{,}05070$	Blatt 63 $A'_{1\,\min}=4{,}7$ $\theta=1{,}01836$
α	b	$\varkappa =$	0,52	0,15 *)	0,0 **)
	c	$\alpha =$	1,5918	1,786	1,9099
		$\varkappa =$	0,60	0,44	0,32
β	d	$\alpha^2 =$	1,3316	1,5212	1,694
		$\varkappa =$	0,88	0,77	0,64

*) $\Theta^{-1} = 0{,}97060$ **) $\Theta^{-1} = 1{,}00142$

Berichtigung und Literaturnachtrag

zu

W. Cauer, Siebschaltungen (VDI-Verlag G. m. b. H. / 1931)

Auf S. 4 der „Siebschaltungen" ist ein Fehler unterlaufen, der erst nach der Drucklegung bemerkt wurde. Es ist dort angegeben, daß man im Falle des Übereinstimmens mehrerer Antiresonanzfrequenzen von Z_1 und Z_2 Schaltelemente sparen kann. Dies ist nicht richtig. Der Fehler hat nicht auf die Berechnung der Schaltungsparameter, sondern lediglich auf die Berechnung dieser besonderen Sparausführungsformen Einfluß und bringt folgende Richtigstellungen mit sich:

S. 3 rechts, 2. Zeile von unten bis S. 4 rechts, letzter Absatz:	„Abb. 5 illustriert ... gehen aus der Zeichnung hervor" ist zu streichen.
S. 5 rechts, Zeile 30 von unten:	„und der speziellen Umformungen dieser Schaltung, wie sie an Hand der Abbildungen 5 und 8 erläutert wurden" ist zu streichen.
S. 5 r., Zeile 26 u. 23 von unten:	„5 und 8" ist zu streichen.
S. 6 links, Zeile 8 von unten bis S. 6 rechts, Zeile 4 von oben:	„Abb. 16, die zur Klasse ... einer höheren Wellenwiderstandsklasse (d*) zurückzuführen" ist zu streichen.
S. 14 links, Zeile 8 von oben:	„5 Kapazitäten" statt „4 Kapazitäten".
S. 15 links, 1. Absatz:	„7 Spulen und 7 Kondensatoren" statt „6 Spulen und 5 Kondensatoren". „gleich vorteilhaft" statt „also vorteilhafter".
S. 15 r., Zeile 8 von oben	„Ferner haben wir ... durch Anbringen dritter Wicklungen auf den Transformatoren erzielen" ist zu streichen. Hierfür ist einzufügen: „Die Bezeichnungen der Schaltelemente sind in Übereinstimmung mit Abb. 4 gewählt, wo für r: 4 und für n: 9 einzusetzen ist. Die Kapazitäten C_1 und C_5 sind unendlich groß und die Spulen L_1 und L_5 gleich Null. Sie sind also in Abb. 4 durch Kurzschlüsse zu ersetzen. Um nun noch der Bedingung II, 1 und 2 der Aufgabe zu genügen, sind die Übersetzungsverhältnisse 1 : 1 abzuändern in 1 : 2 und die Übersetzungsverhältnisse — 1 : 1 in — 1 : 2. Die so abgeänderte Abb. 4 stellt die Lösung der Aufgabe mit der Klasse 4 d* dar."
S. 15 hinter Zeile 5 von oben ist einzufügen:	„$\frac{1}{2} L_6 = 0{,}03243$ H"
S. 15 hinter Zeile 7 von oben ist einzufügen:	„$\frac{1}{2} L_9 = 0{,}01762$ H"
S. 15 rechts, Zeile 13 von unten:	„7 Spulen und 7 Kondensatoren" statt „6 Spulen und 5 Kondensatoren".
S. 16 links, Zeile 17 von unten:	„vier Kondensatoren" statt „drei Kondensatoren".
S. 16 links, Zeile 15 von unten:	„drei Kondensatoren" statt „zwei Kondensatoren".
S. 16 links, Zeile 9 von unten:	„sieben Kondensatoren" statt „fünf Kondensatoren".

S. 17 links, Zeile 8 von unten: „acht Spulen und acht Kapazitäten“ statt „sieben Spulen und sechs Kapazitäten“.

S. 17 links, Zeile 6 von unten: „zwei Spulen und zwei Kapazitäten“ statt „drei Spulen und vier Kapazitäten“.

Ferner ist zu streichen: Abb. 5, 8 und 19.

Schließlich ist Tabelle V zu ersetzen durch folgende Tabelle:

Tabelle V.

Mindestzahlen der erforderlichen Spulen und Kondensatoren

Klasse		Anz. d. Spulen	Anz. d. Kondensatoren
BDF	$n\ a_{4m-3}$	$(n+4m-4)$	$(n+4m-1)$
	$n\ a_{4m-2}$	$(n+4m-3)$	$(n+4m-3)$
	$n\ a_{4m-1}$	$(n+4m)$	$(n+4m-2)$
	$n\ a_{4m}$	$(n+4m-1)$	$(n+4m)$
BDF*	$n\ a_{4m-3}{}^*$	$(n+4m-2)$	$(n+4m-4)$
	$n\ a_{4m-2}{}^*$	$(n+4m-3)$	$(n+4m-2)$
	$n\ a^{4m-1*}$	$(n+4m-2)$	$(n+4m+1)$
	$n\ a_{4m}{}^*$	$(n+4m-1)$	$(n+4m-1)$
BSF u. BSF*	$a_{2m-1}\ n$ $a_{2m-1}\ n^*$ und $a_{2m}\ n$ $a_{2m}\ n^*$	$(2m+n-1)$	$(2m+n-1)$
NDF	$n\ \alpha_{2m-1}$	$(n+2m-2)$	$(n+2m-1)$
	$n\ \alpha_{2m}$	$(n+2m)$	$(n+2m-1)$
NDF*	$n\ \alpha_{2m-1}{}^*$	$(n+2m-1)$	$(n+2m-2)$
	$n\ \alpha_{2m}{}^*$	$(n+2m-1)$	$(n+2m)$
HDF	$\alpha_n\ (2m-1)$	$(n+2m-1)$	$(n+2m-2)$
	$\alpha_n\ (2m)$	$(n+2m-1)$	$(n+2m+1)$
HDF*	$\alpha_n\ (2m-1)^*$	$(n+2m-2)$	$(n+2m)$
	$\alpha_n\ (2m)^*$	$(n+2m)$	$(n+2m-1)$

An dieser Stelle mögen auch einige kleinere Druckfehler richtiggestellt werden:

Tabelle VI, II. für Klasse 5) heißt es im Zähler: $(\Omega^2 - c^2)$ statt $(\Omega^2 - c)$.

Tabelle X unter „Bemerkungen“, zweite Querreihe, Klasse 2, 4, 6 . . . . . In der Formel $f^2{}_{k_2}$ heißt der Zähler:

$$„f^4{}_1 - \sigma^2 f^4{}_{-1} + (\sigma^2 f^2{}_{-1} - f^2{}_1) f^2{}_{-k_2}“$$

statt:

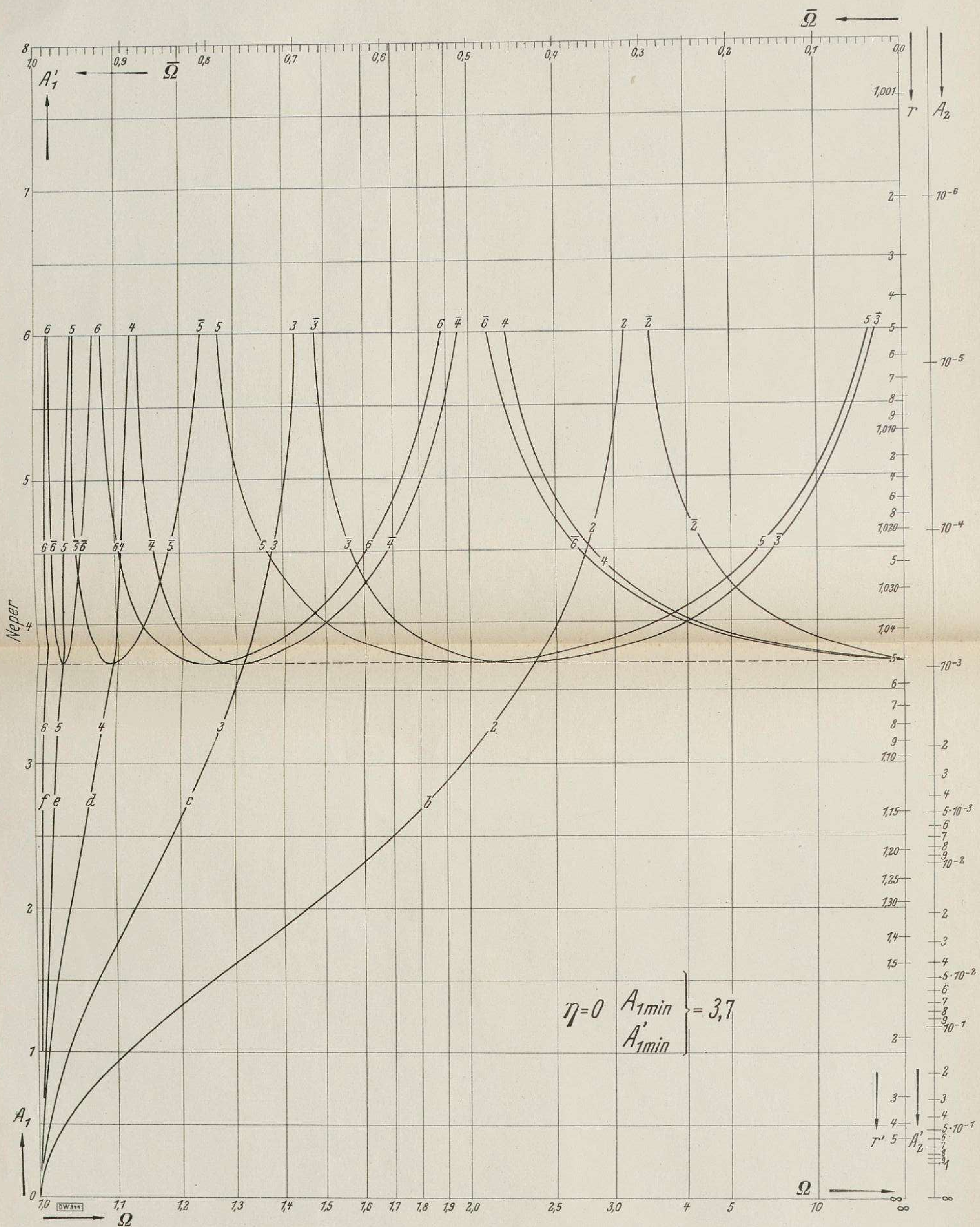
$$„(f^2{}_1 - \sigma f^2{}_{-1})(\sigma f^2{}_{-1} + f^2{}_1 - f^2{}_{-k_2})“.$$

Tabelle XI, zweite Rubrik, Klassen b, d, f, untere Querreihe: „$\omega^2{}_{\pm\alpha}$“ statt „$\omega^2{}_{\pm a}$“.

In Blatt 2, links in der Vorzeichenmerktafel über dem „—“ Zeichen muß es heißen: „$0 \leqq -Q \leqq \pi$“ statt „$0 \leqq Q \leqq \pi$“.

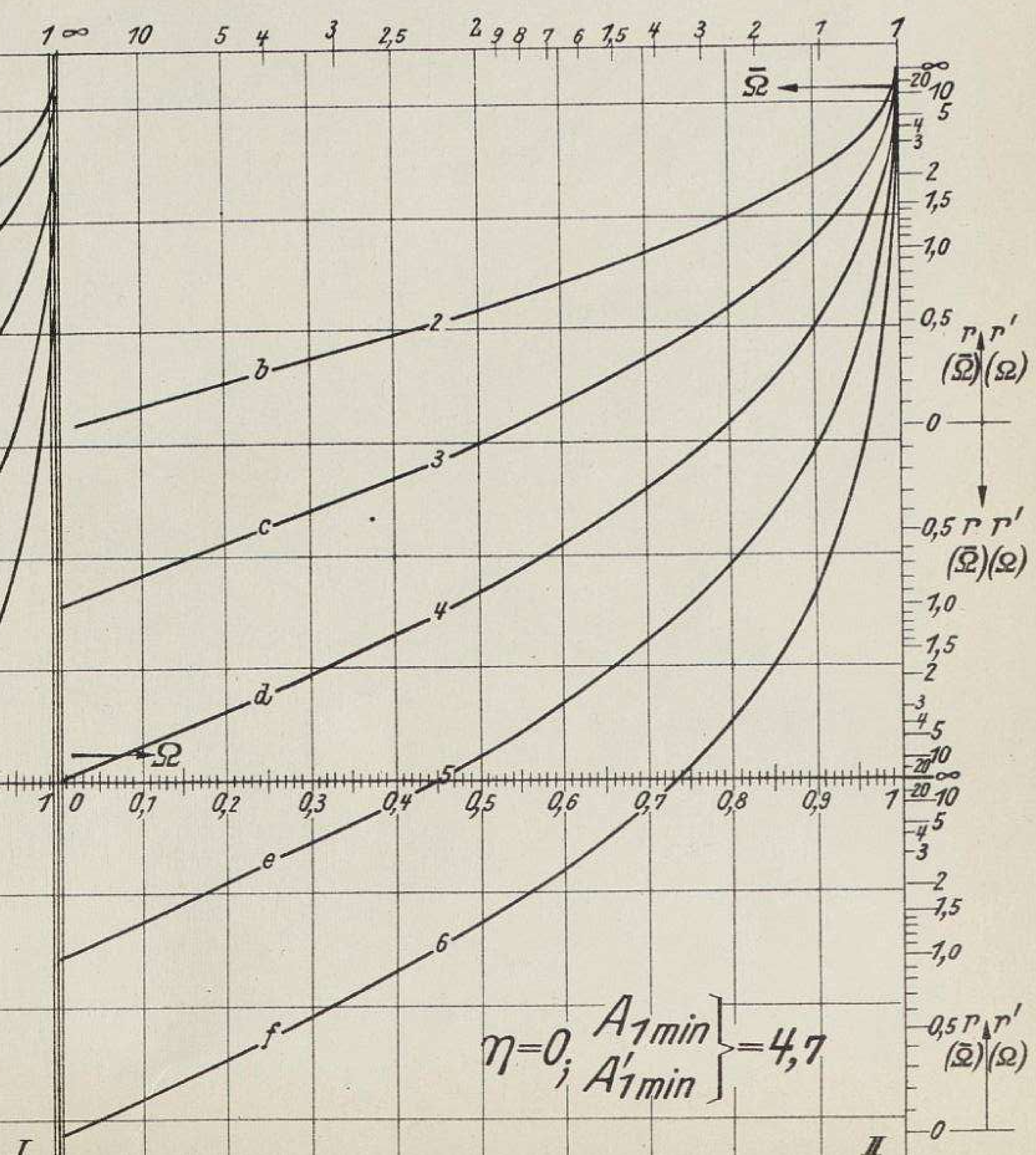
Neuere Veröffentlichungen über Siebschaltungen

1. W. Cauer, „New Theory and Design of Wave Filters“, Physics, pp. 242 to 268, Vol. 2, No. 4, April 1932.
2. W. Cauer, „Ein Interpolationsproblem mit Funktionen mit positivem Realteil“, Mathematische Zeitschrift, Bd. 38, Heft 1, S. 1 bis 44, 1933.
3. W. Cauer, „Äquivalenz von 2n-Polen ohne Ohmsche Widerstände“, Nachr. v. d. Ges. d. Wiss. z. Göttingen, Neue Folge, Bd. 1, Nr. 1, S. 1 bis 33, 1934.
4. E. Glowatzki, „Entwurf und Beispiele symmetrischer Siebschaltungen nach der Methode von W. Cauer“, Elektrische Nachrichtentechnik, 1933, Heft 9 u. 10, S. 377 bis 386 u. 404 bis 415.
5. E. Glowatzki, „Variable und feste Rundfunkbandpässe“, Hochfrequenztechnik und Elektroakustik, Bd. 43, S. 51 bis 56, 1934.

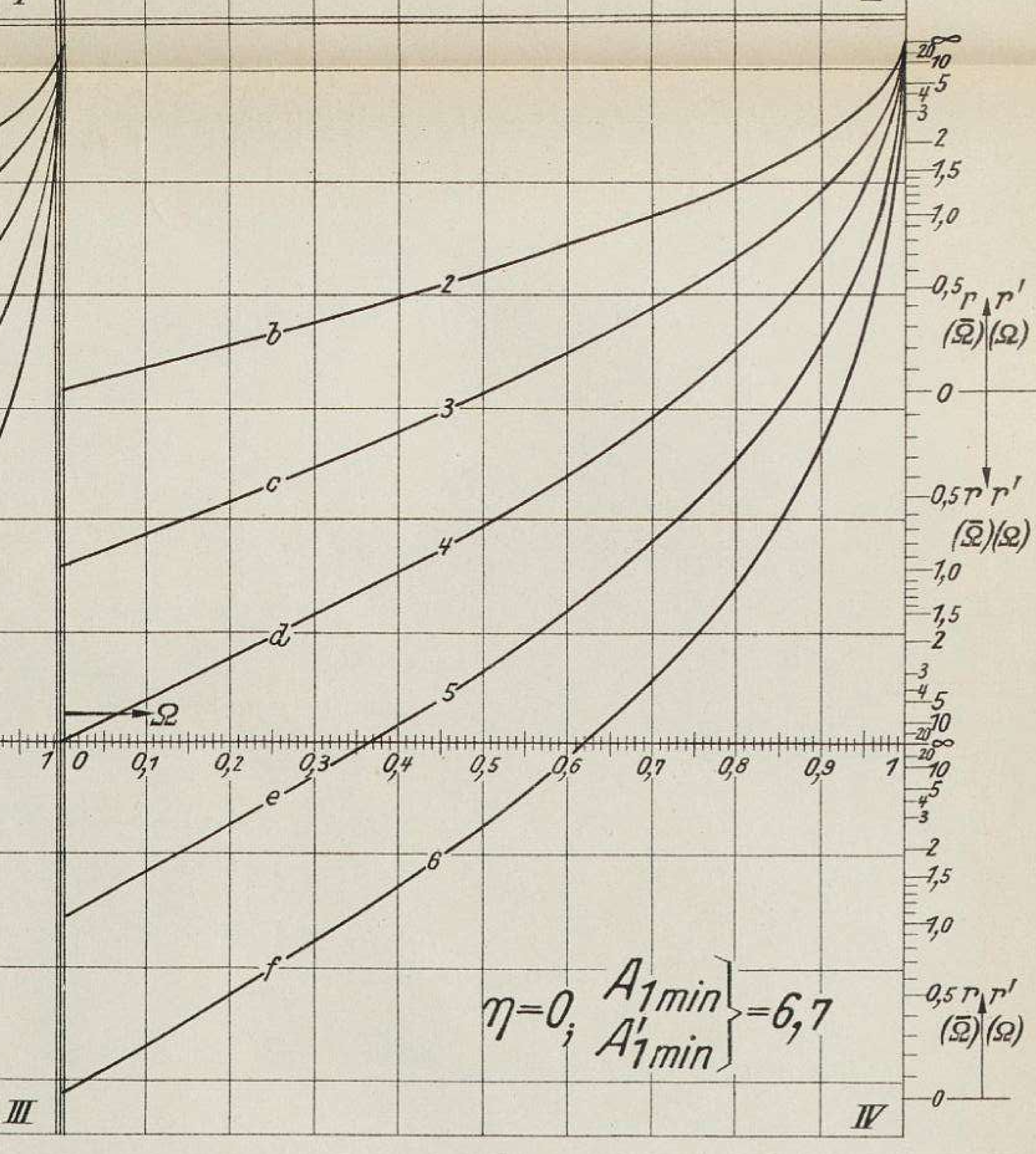


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

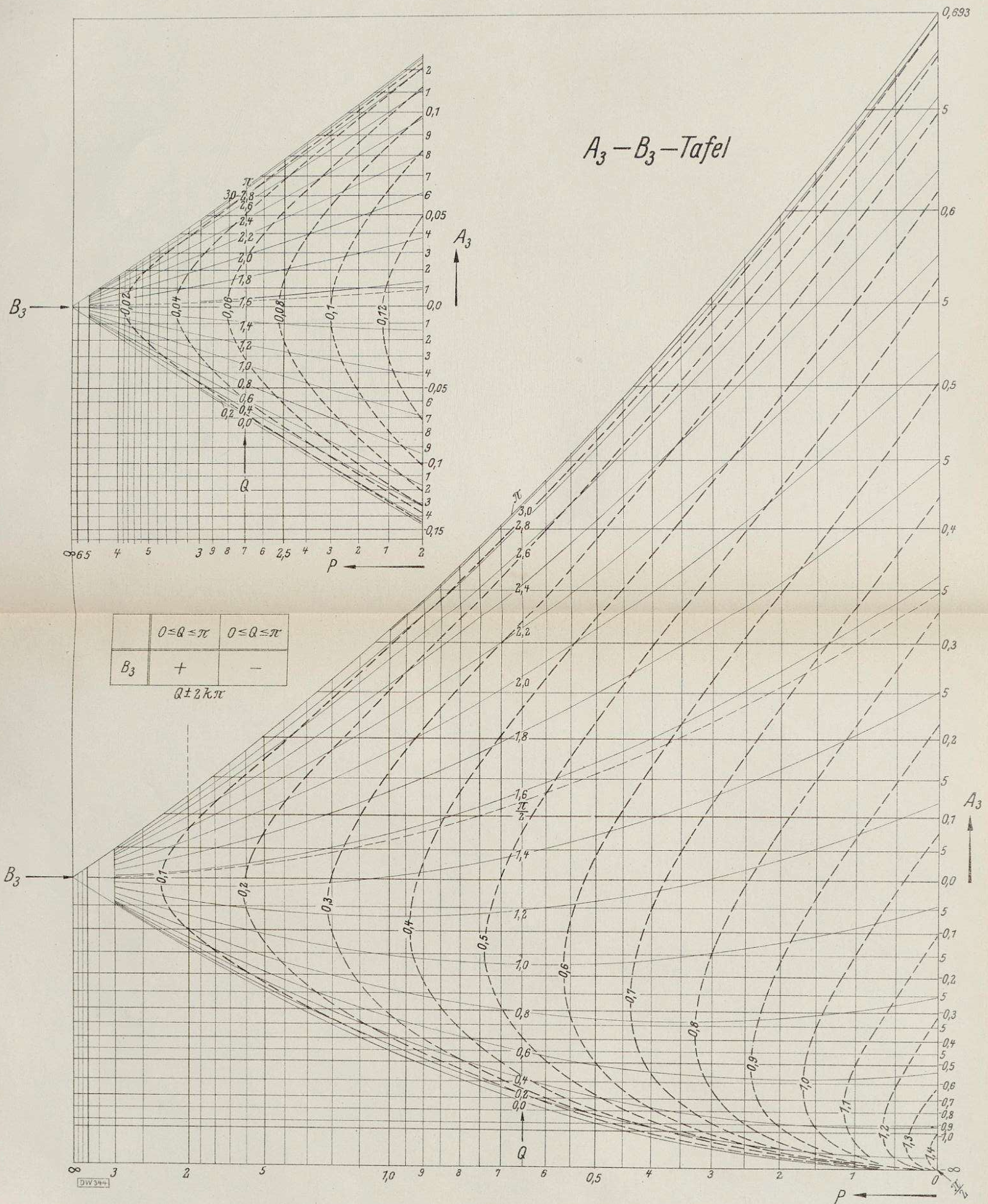
Blatt 3



$\eta=0;\ \left.\begin{matrix}A_{1min}\\A'_{1min}\end{matrix}\right\}=3,7$
I
$\eta=0;\ \left.\begin{matrix}A_{1min}\\A'_{1min}\end{matrix}\right\}=4,7$
II
B_1
B'_1
Ω
$\bar{\Omega}$
$r\ r'$
$(\bar{\Omega})(\Omega)$



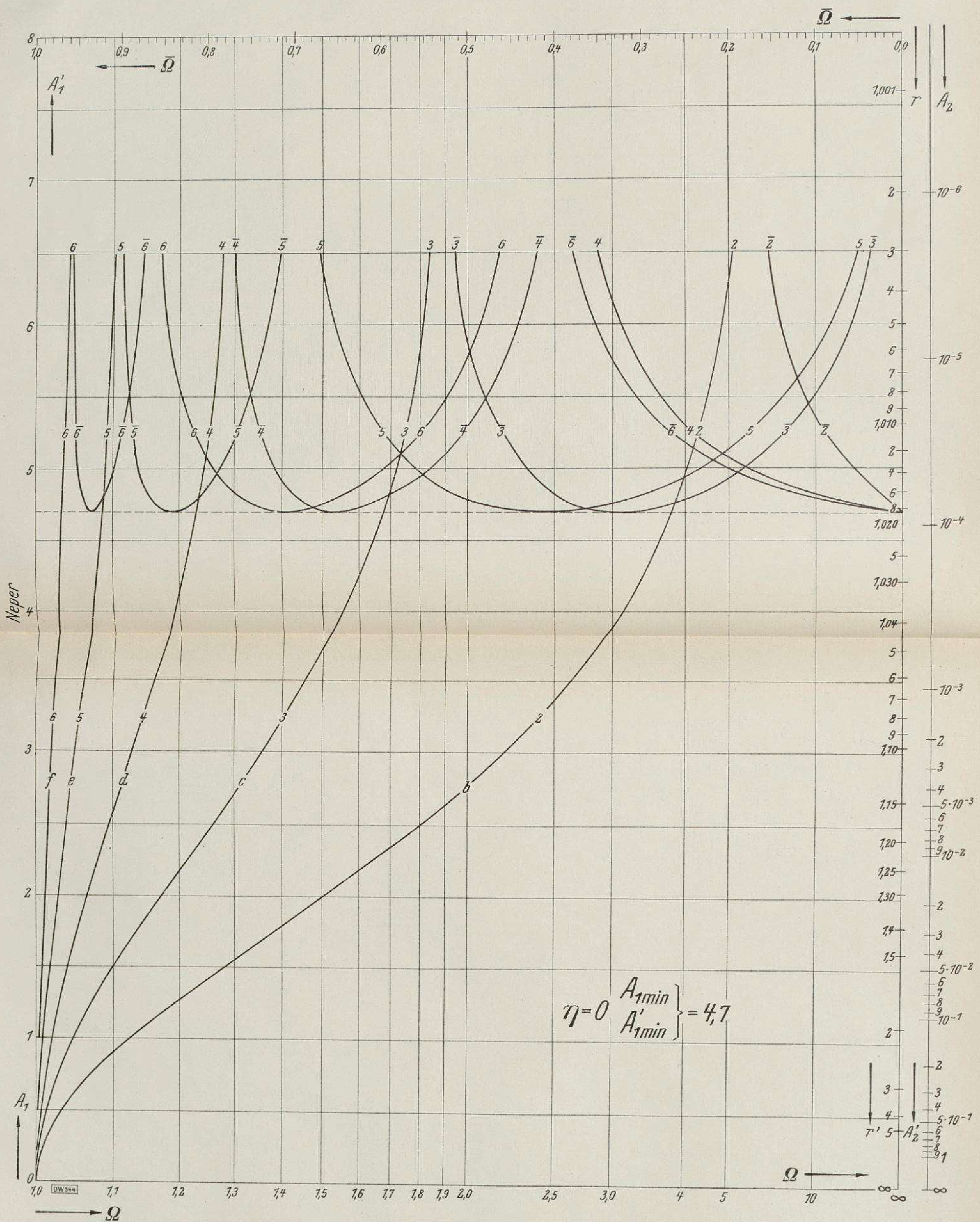
$\eta=0;\ \left.\begin{matrix}A_{1min}\\A'_{1min}\end{matrix}\right\}=5,7$
III
$\eta=0;\ \left.\begin{matrix}A_{1min}\\A'_{1min}\end{matrix}\right\}=6,7$
IV
B_1
B'_1
Ω
$r\ r'$
$(\bar{\Omega})(\Omega)$
DW344



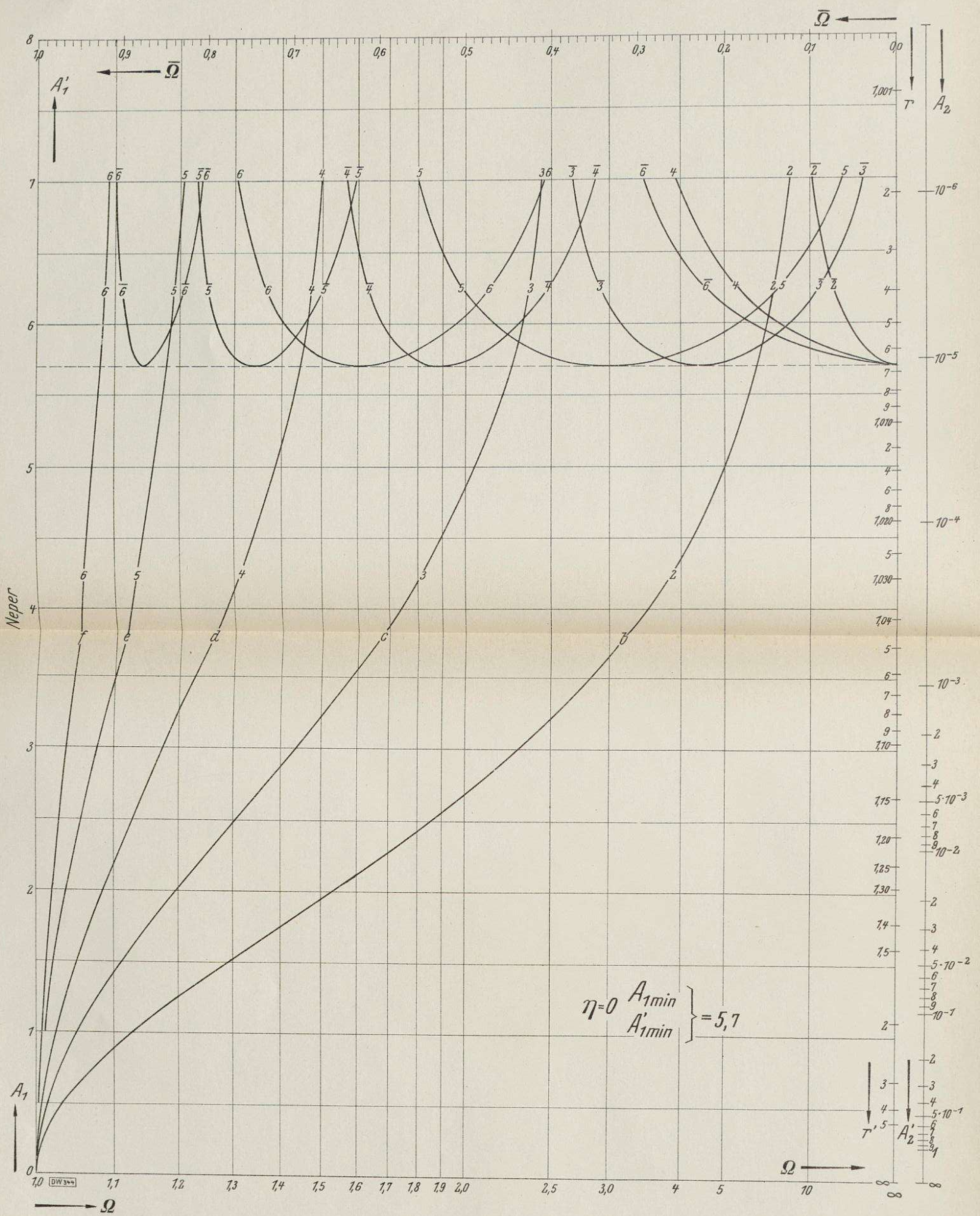
	$0 \leq Q \leq \pi$	$0 \leq Q \leq \pi$
B_3	+	−

$Q \pm 2k\pi$

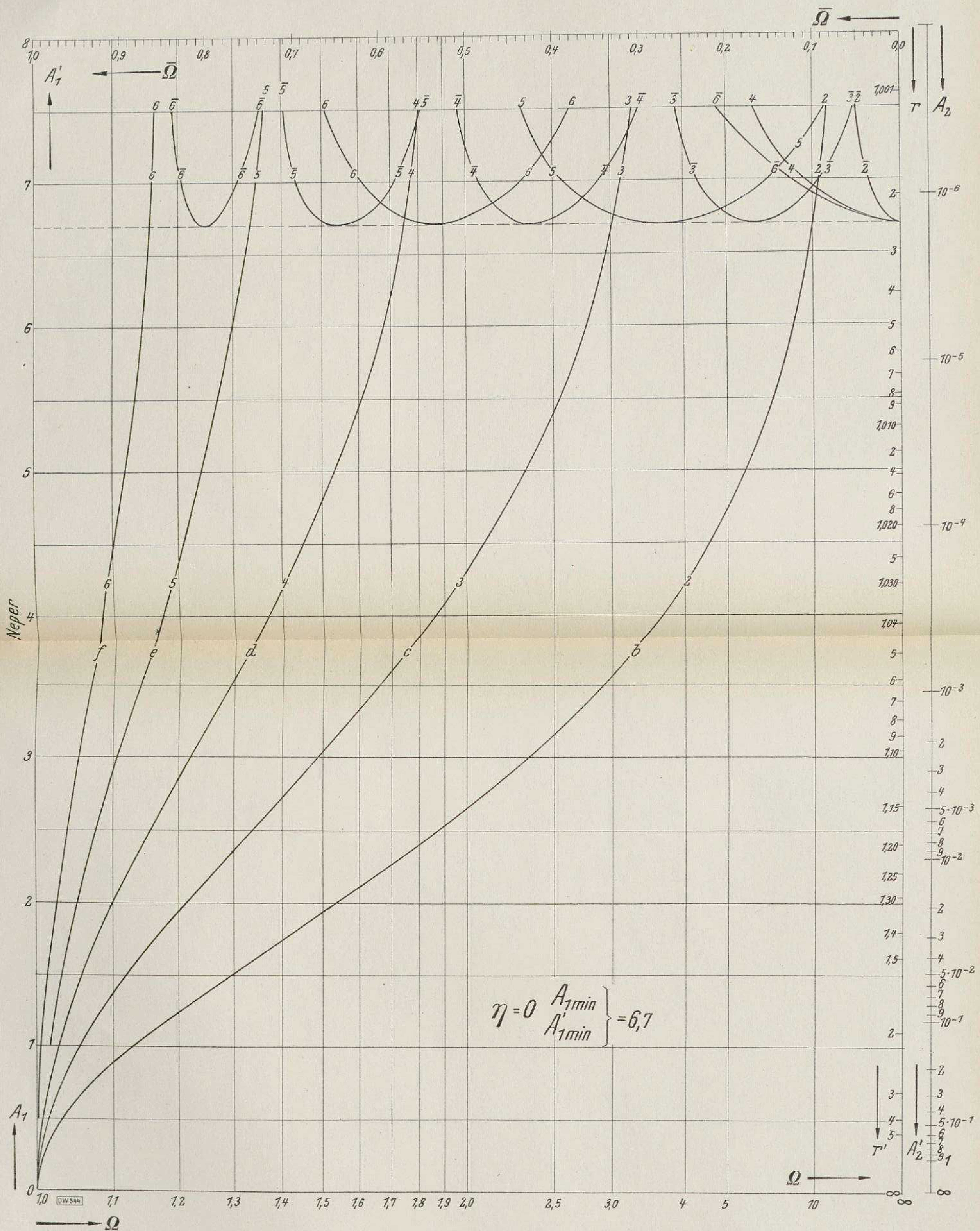
Cauen, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



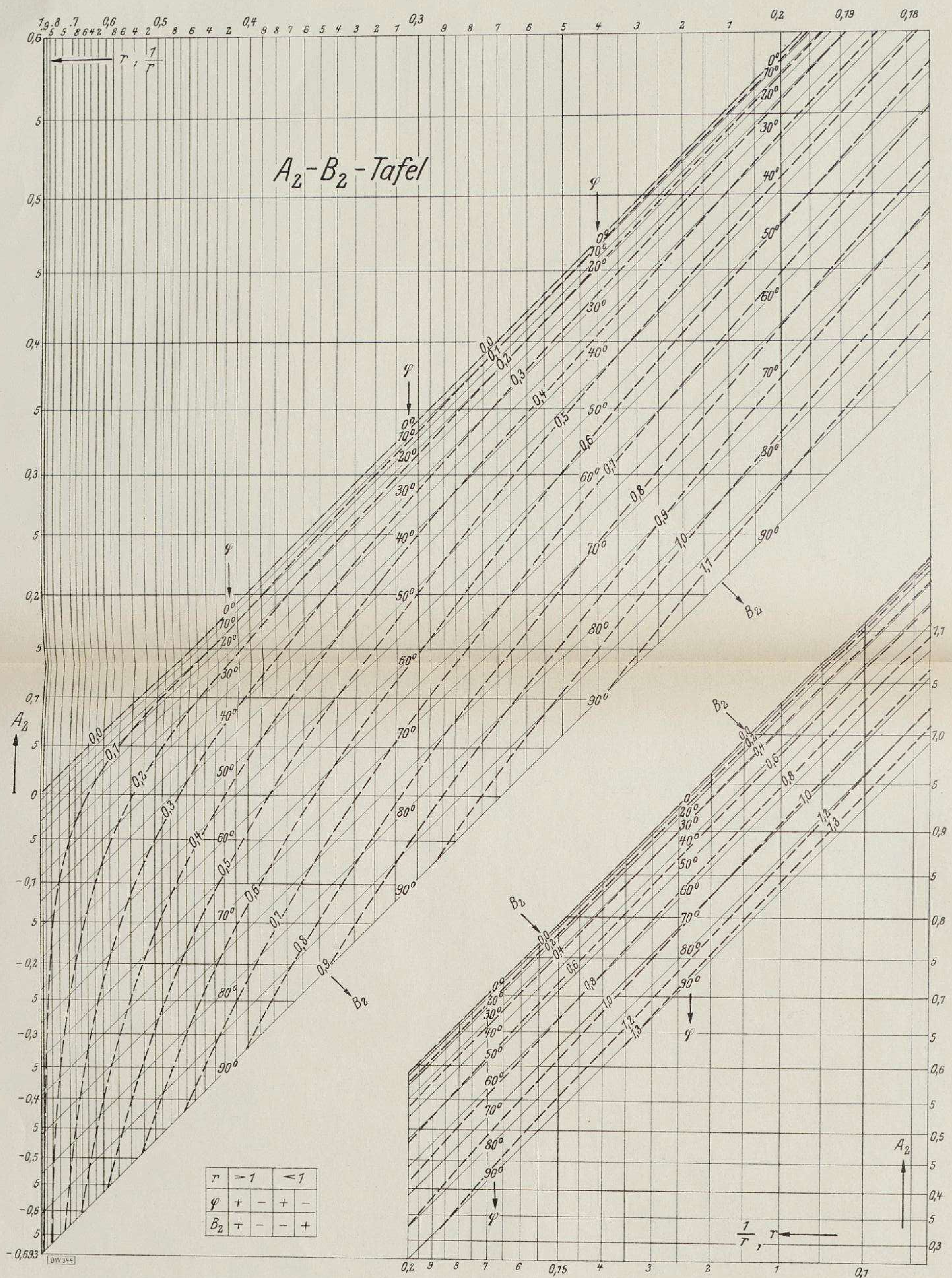
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G m b H., Berlin NW 7



Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



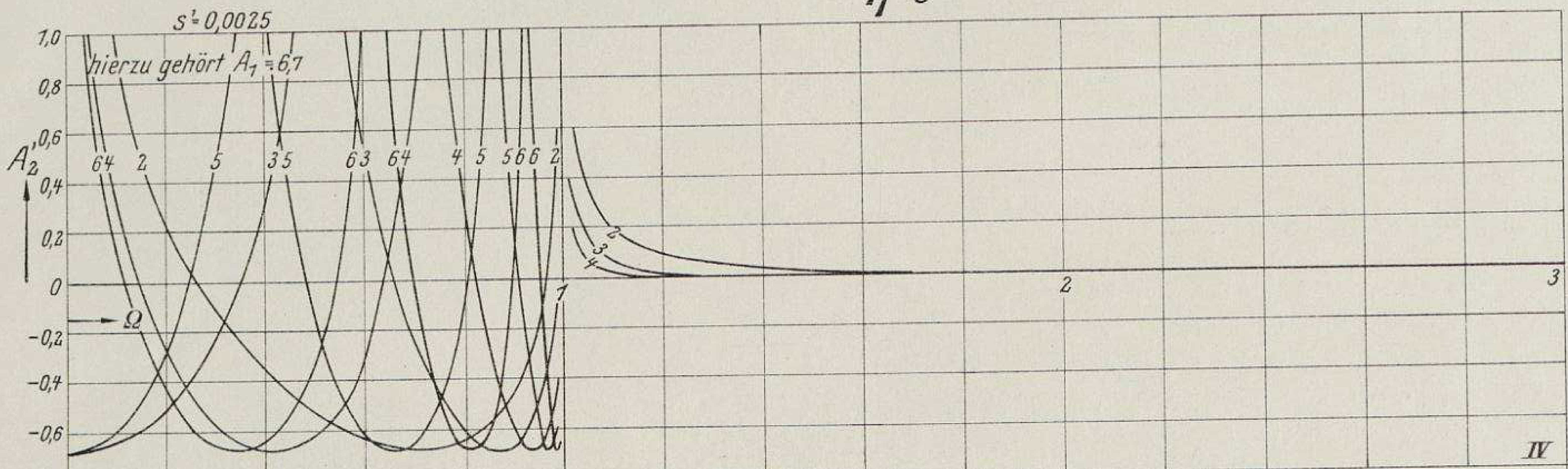
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

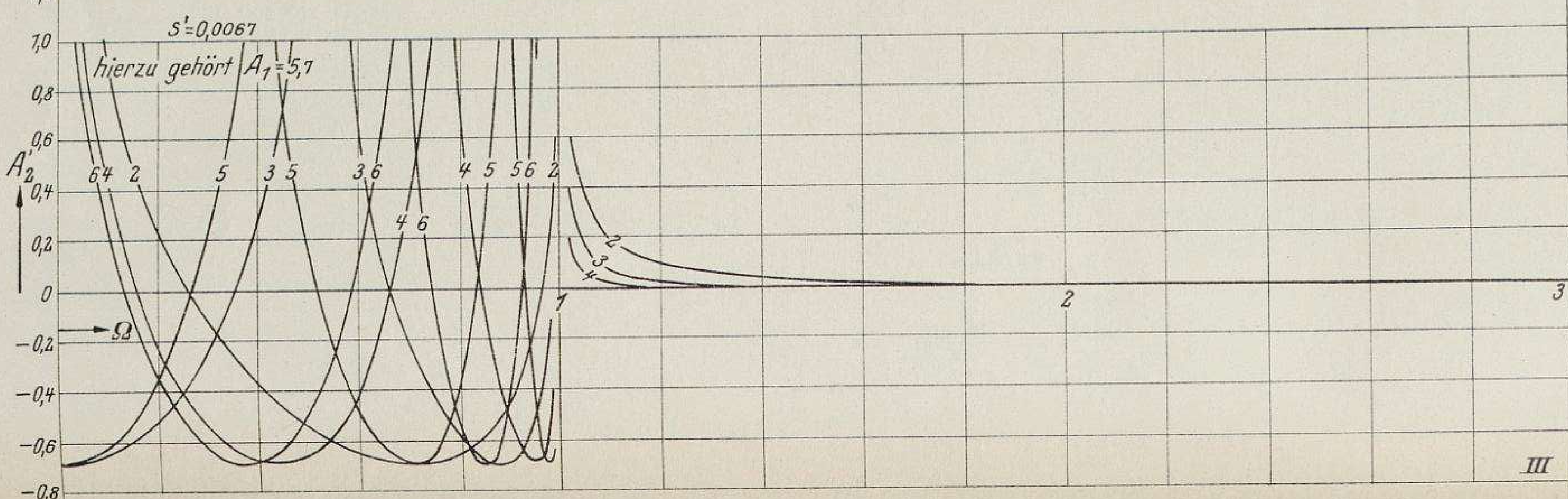


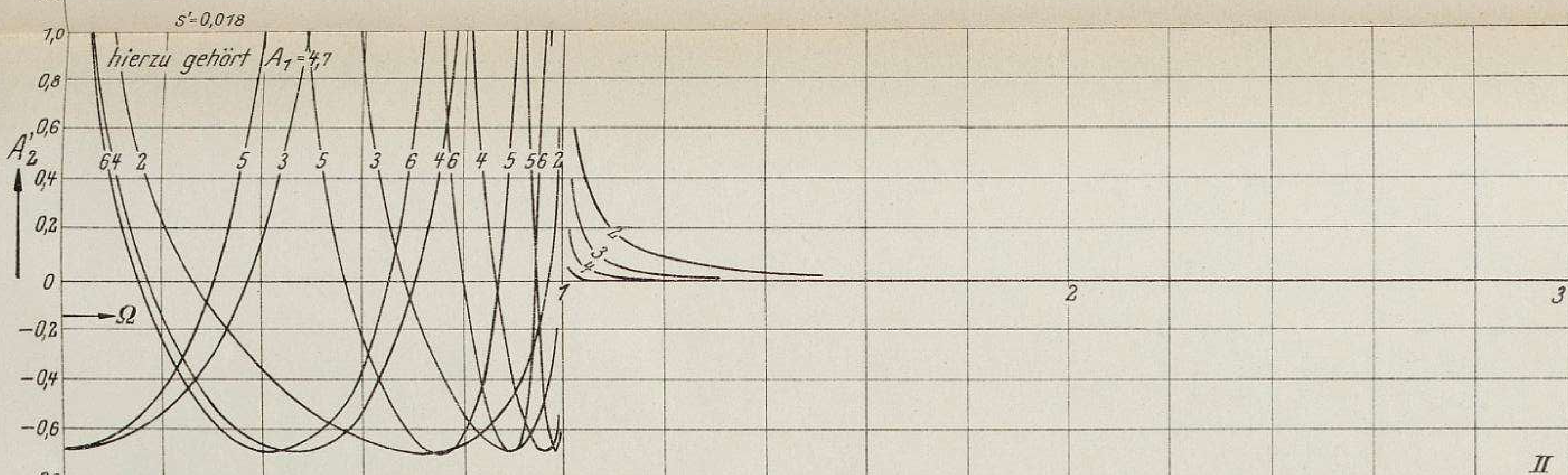
r	> 1		< 1	
φ	+	−	+	−
B_2	+	−	−	+

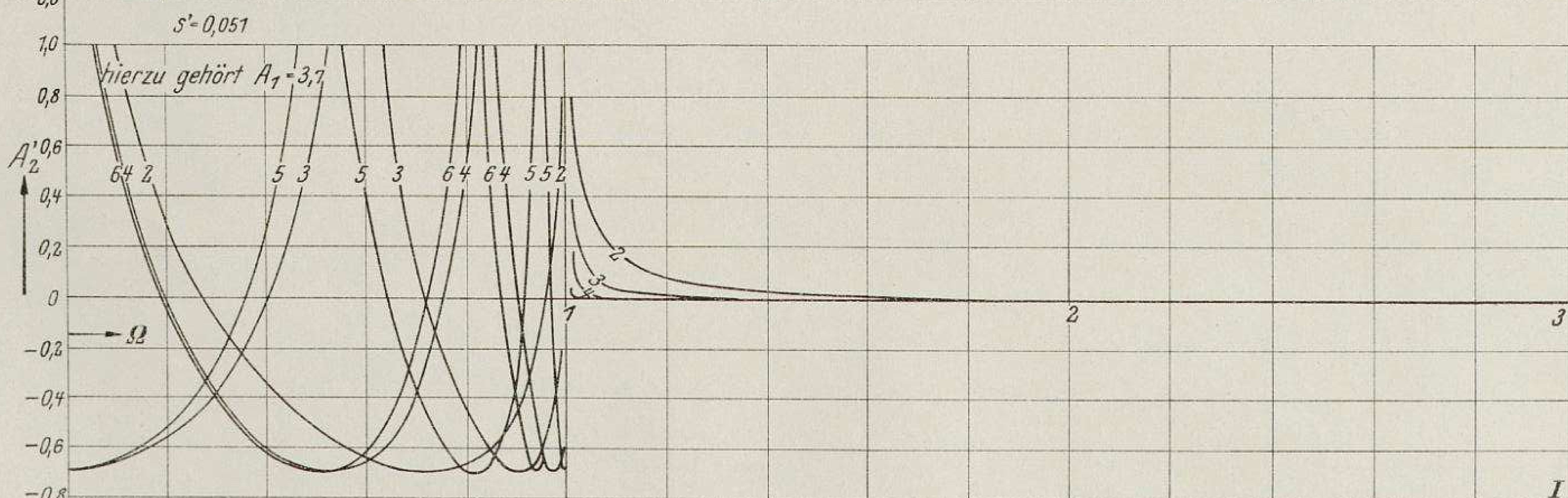
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

$\eta = 0$

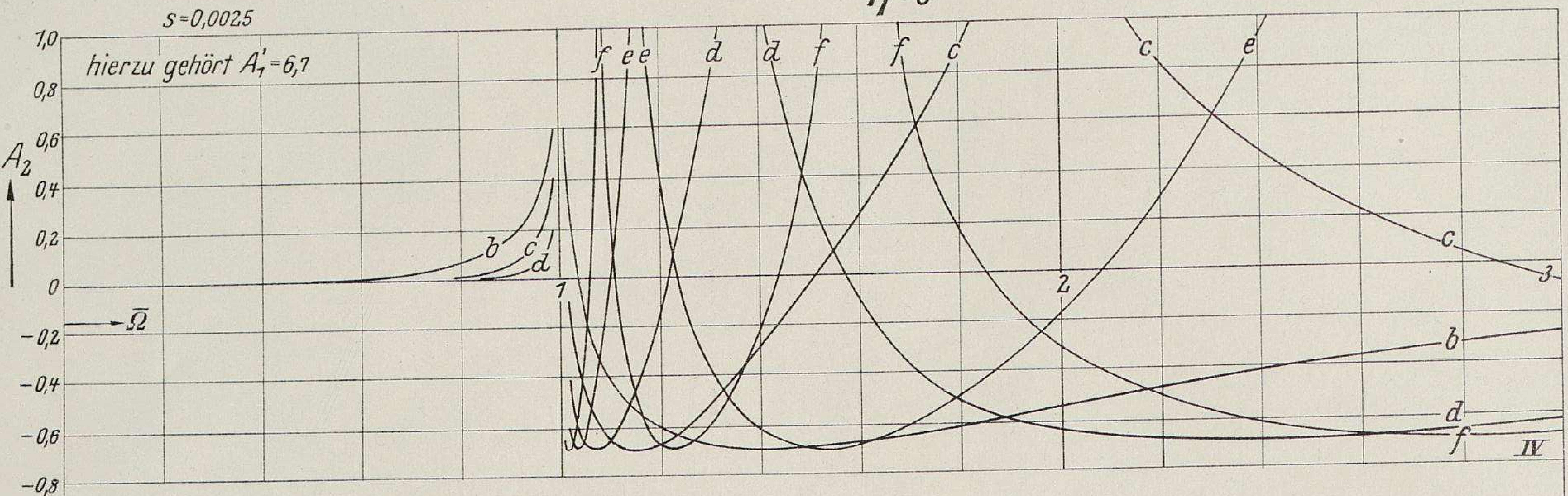

s' = 0,0025
hierzu gehört $A_1 = 6,7$
A_2'
Ω
IV


s' = 0,0067
hierzu gehört $A_1 = 5,7$
A_2'
Ω
III

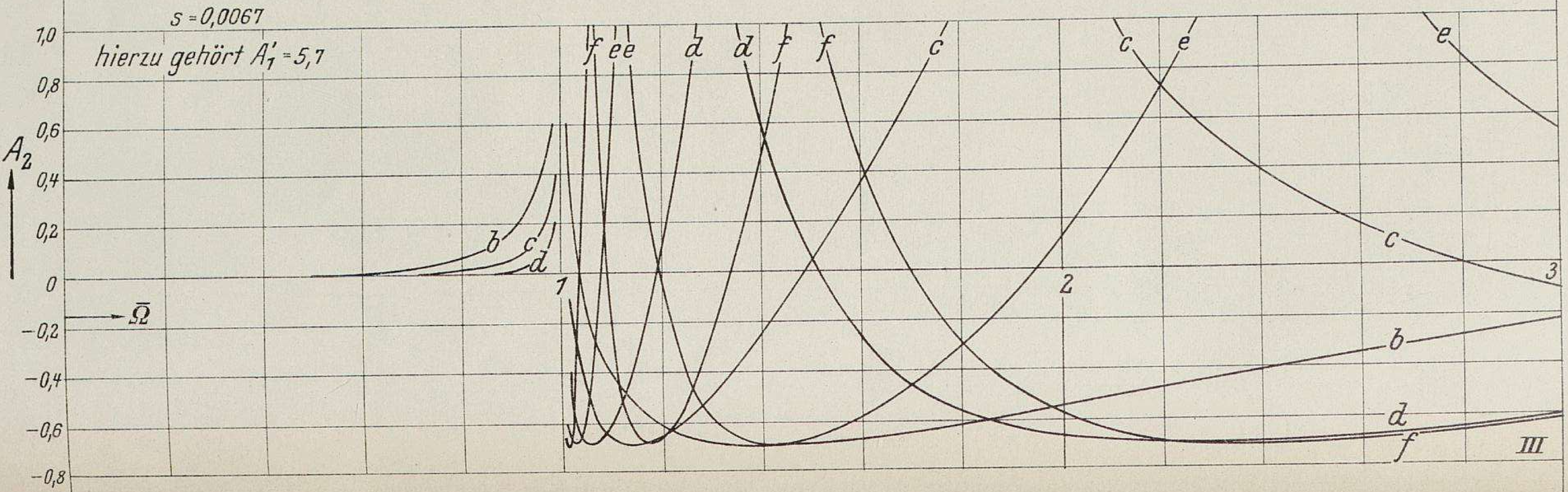

s' = 0,018
hierzu gehört $A_1 = 4,7$
A_2'
Ω
II


s' = 0,051
hierzu gehört $A_1 = 3,7$
A_2'
Ω
I
DW344

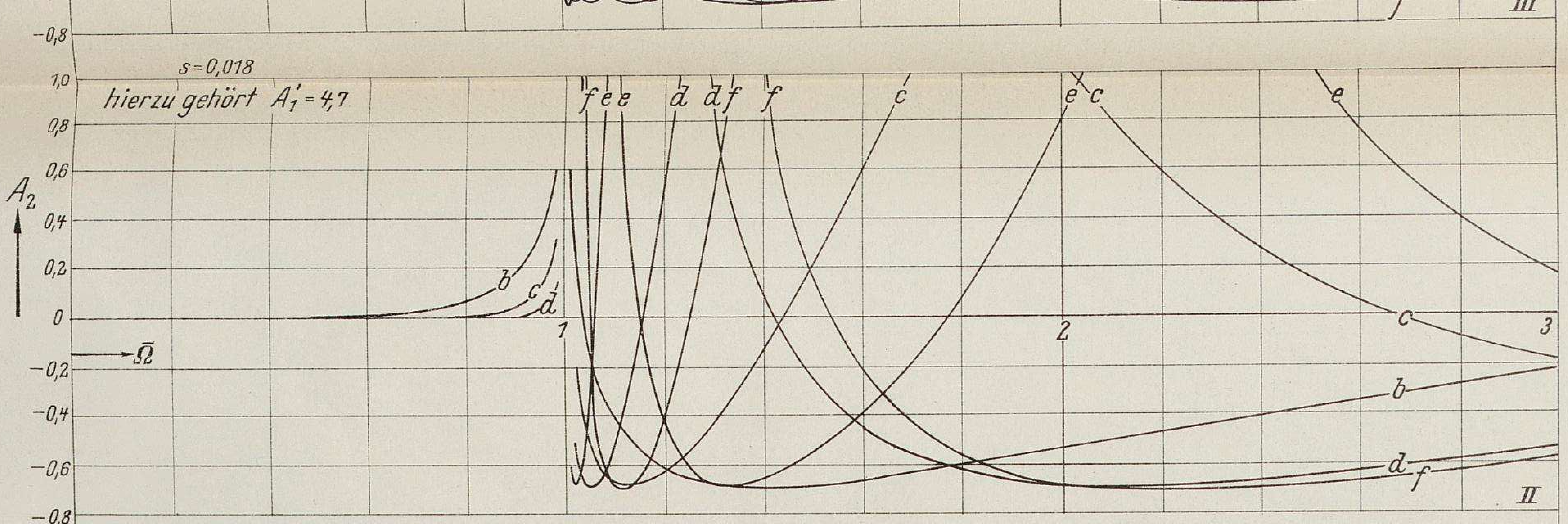
$\bar{\eta}=0$

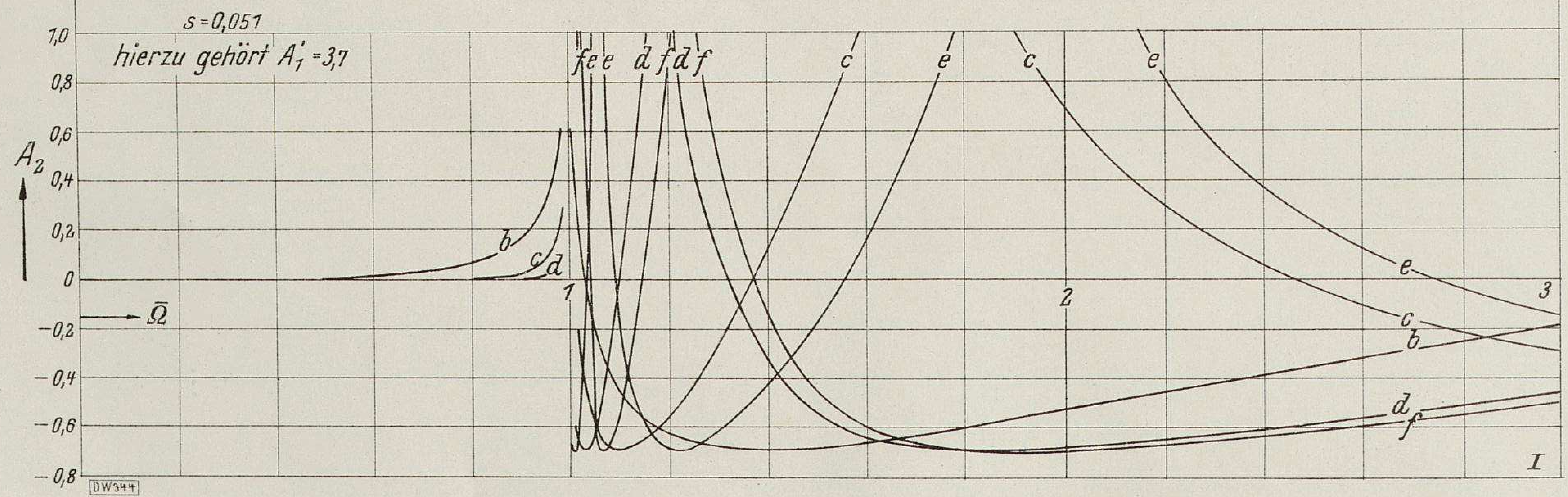


s = 0,0025
hierzu gehört $A_1' = 6,7$
A_2
$\bar{\Omega}$
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
e
f
IV

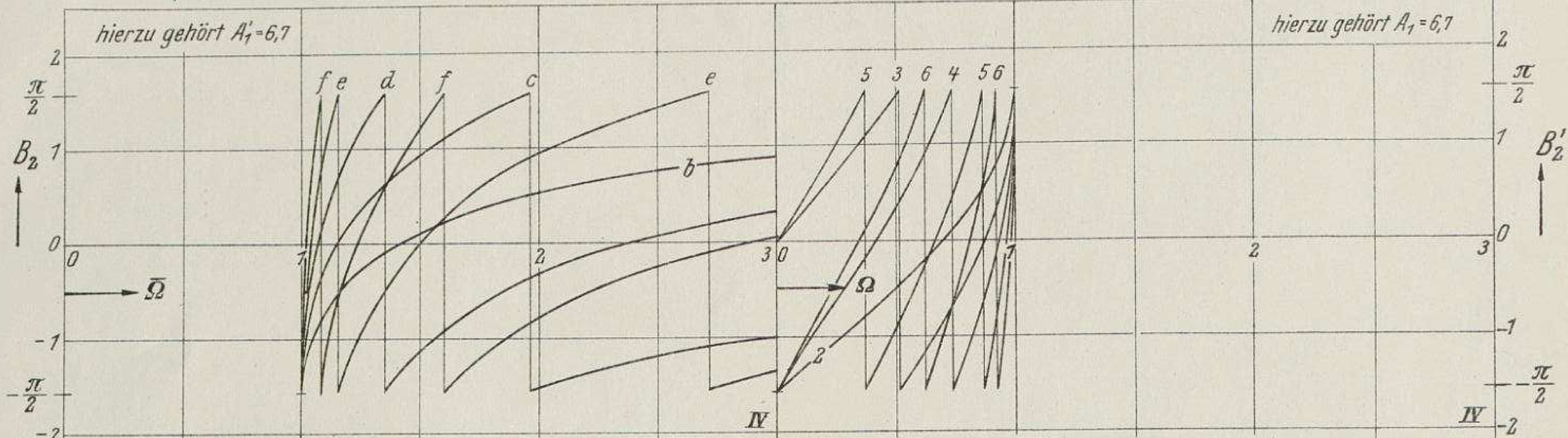


s = 0,0067
hierzu gehört $A_1' = 5,7$
A_2
$\bar{\Omega}$
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
e
f
III

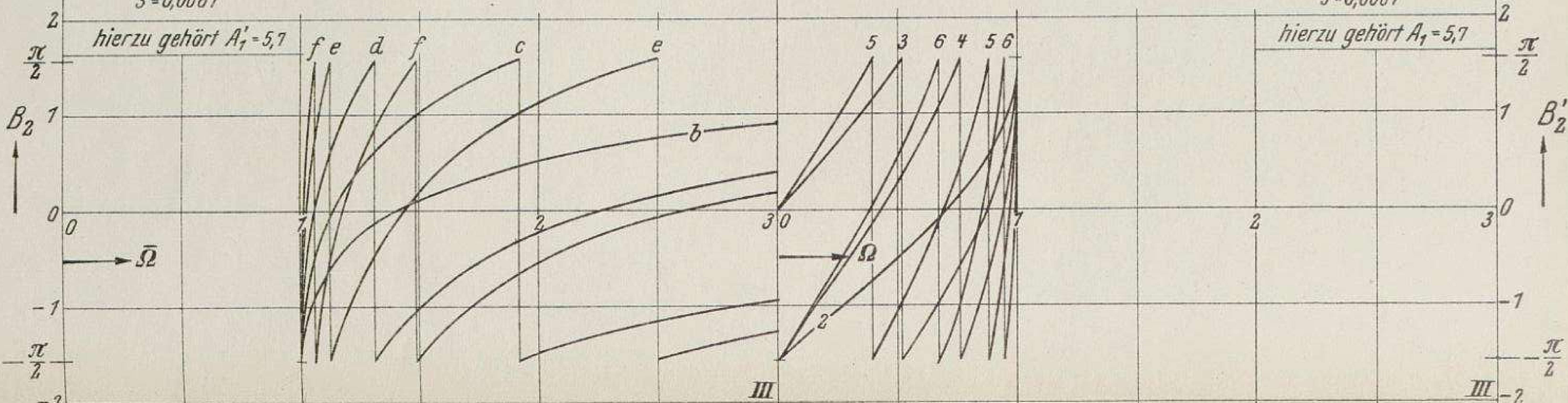

s = 0,018
hierzu gehört $A_1' = 4,7$
A_2
$\bar{\Omega}$
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b c d e f
II


s = 0,051
hierzu gehört $A_1' = 3,7$
A_2
$\bar{\Omega}$
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b c d e f
I
DW344

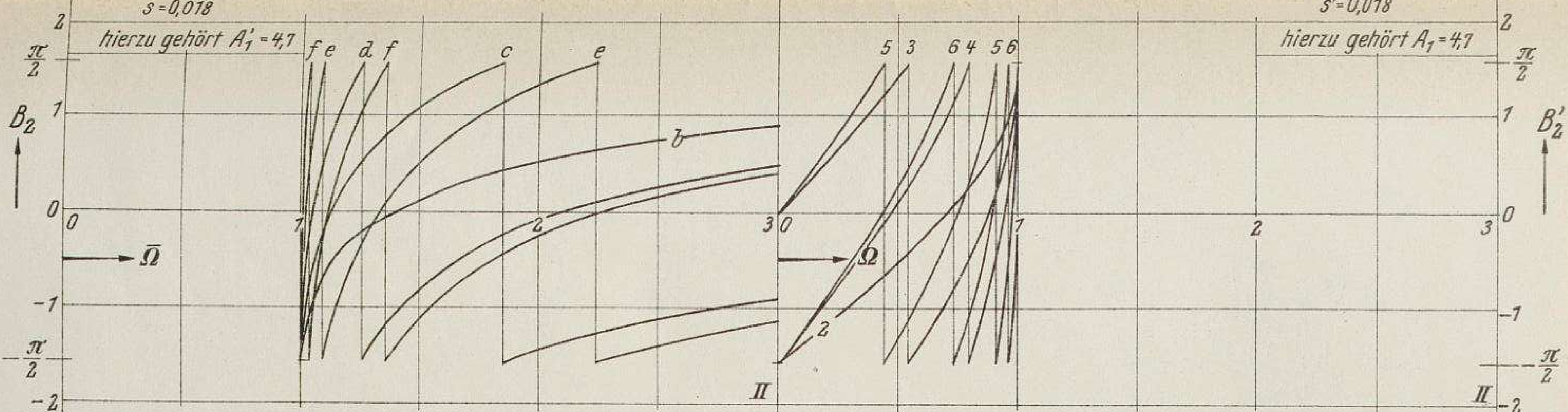
$\eta = 0$



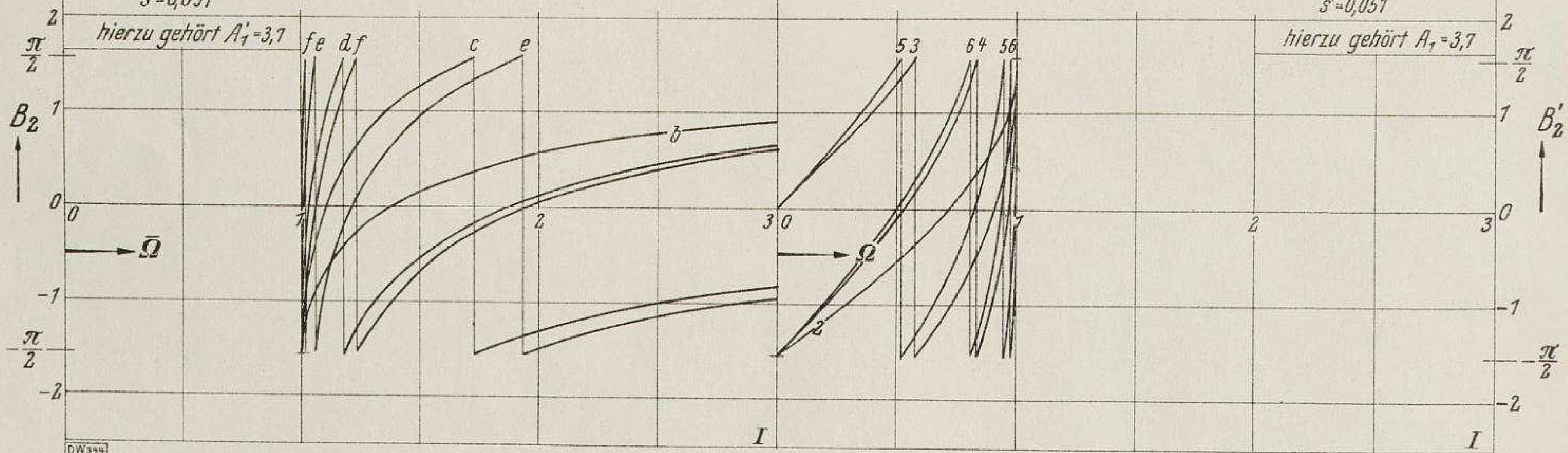
s = 0,0025
hierzu gehört A'₁ = 6,7
s' = 0,0025
hierzu gehört A₁ = 6,7
B₂
B'₂
Ω̄
Ω
IV



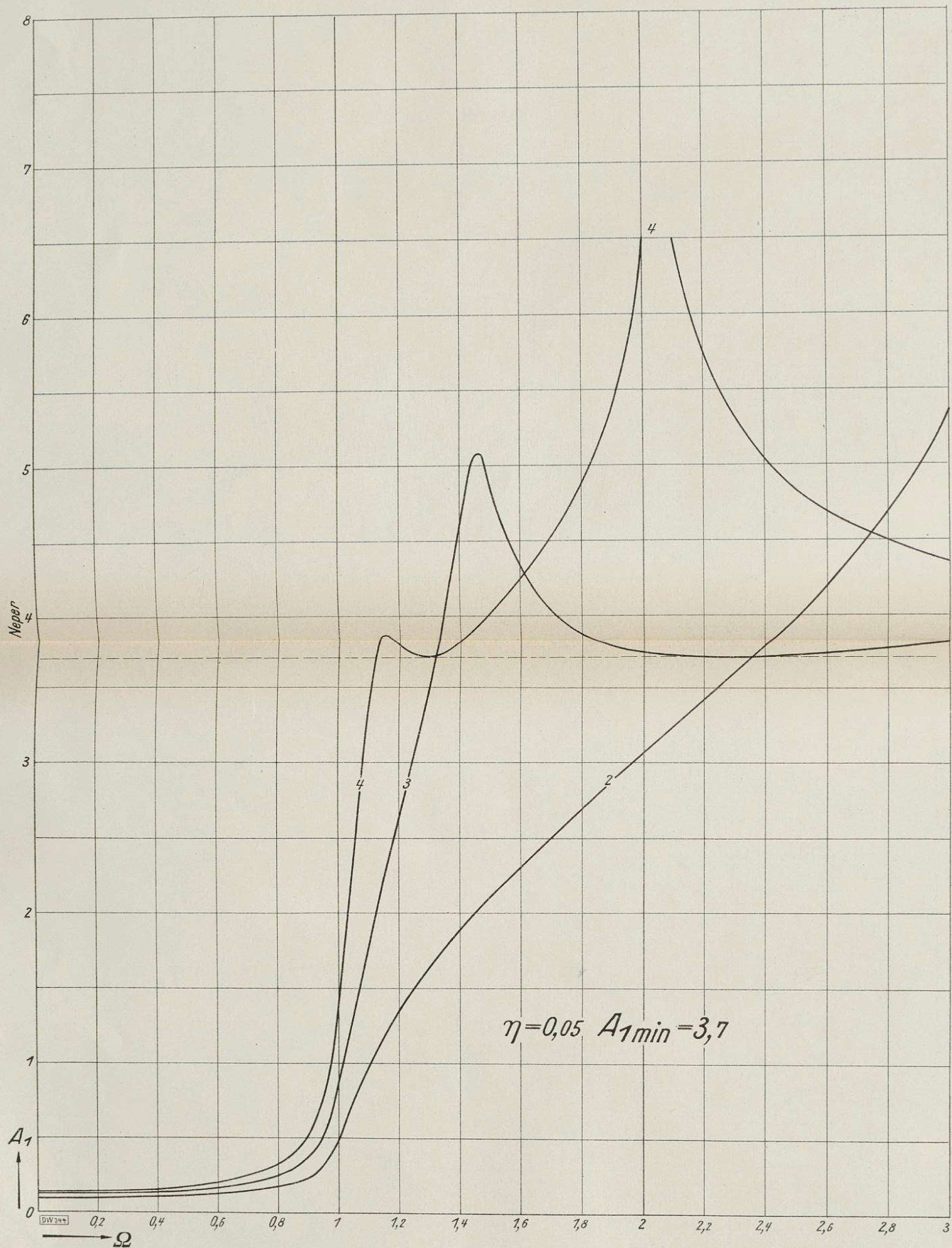
s = 0,0067
hierzu gehört A'₁ = 5,7
s' = 0,0067
hierzu gehört A₁ = 5,7
B₂
B'₂
Ω̄
Ω
III



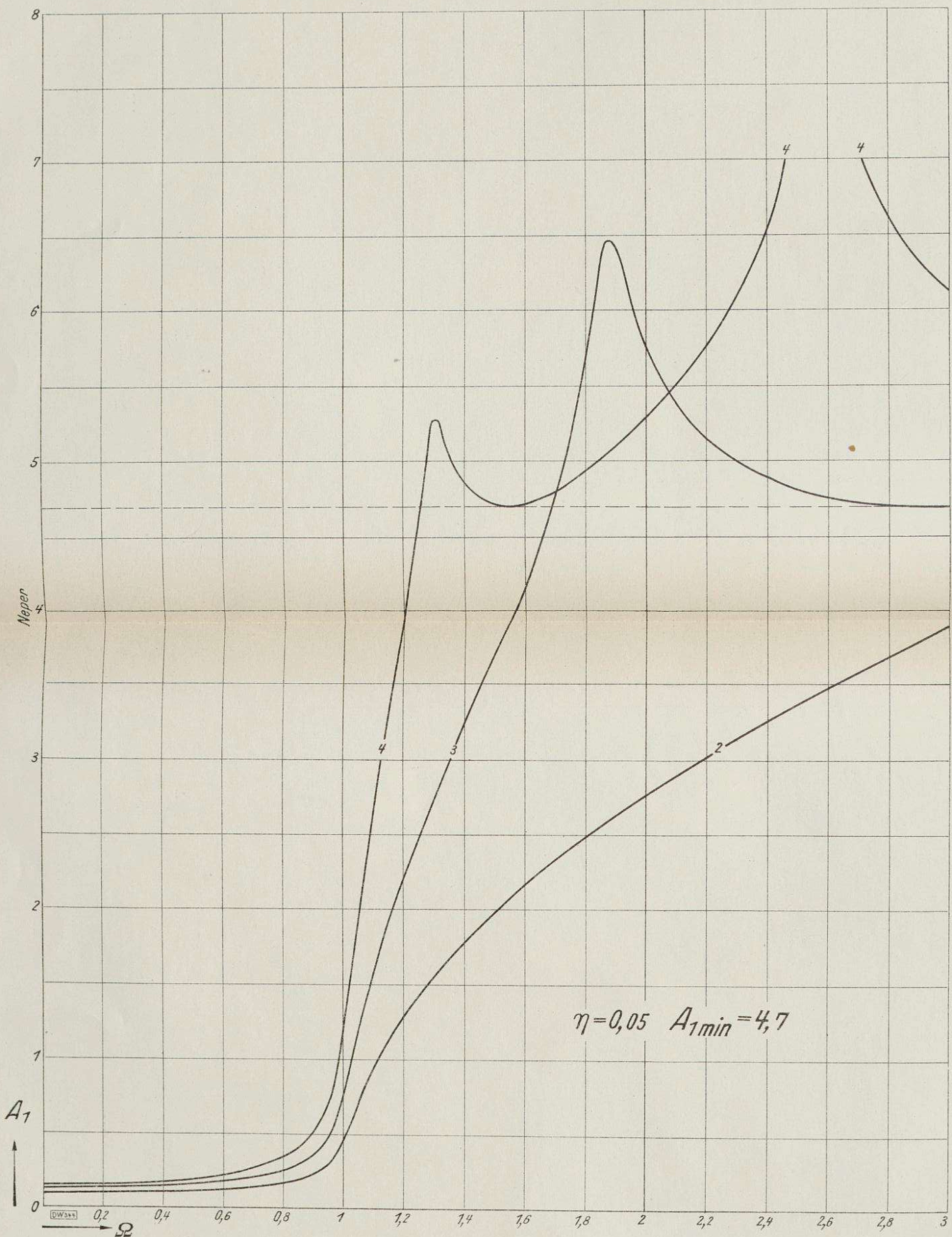
s = 0,018
hierzu gehört A'₁ = 4,7
s' = 0,018
hierzu gehört A₁ = 4,7
B₂
B'₂
Ω̄
Ω
II



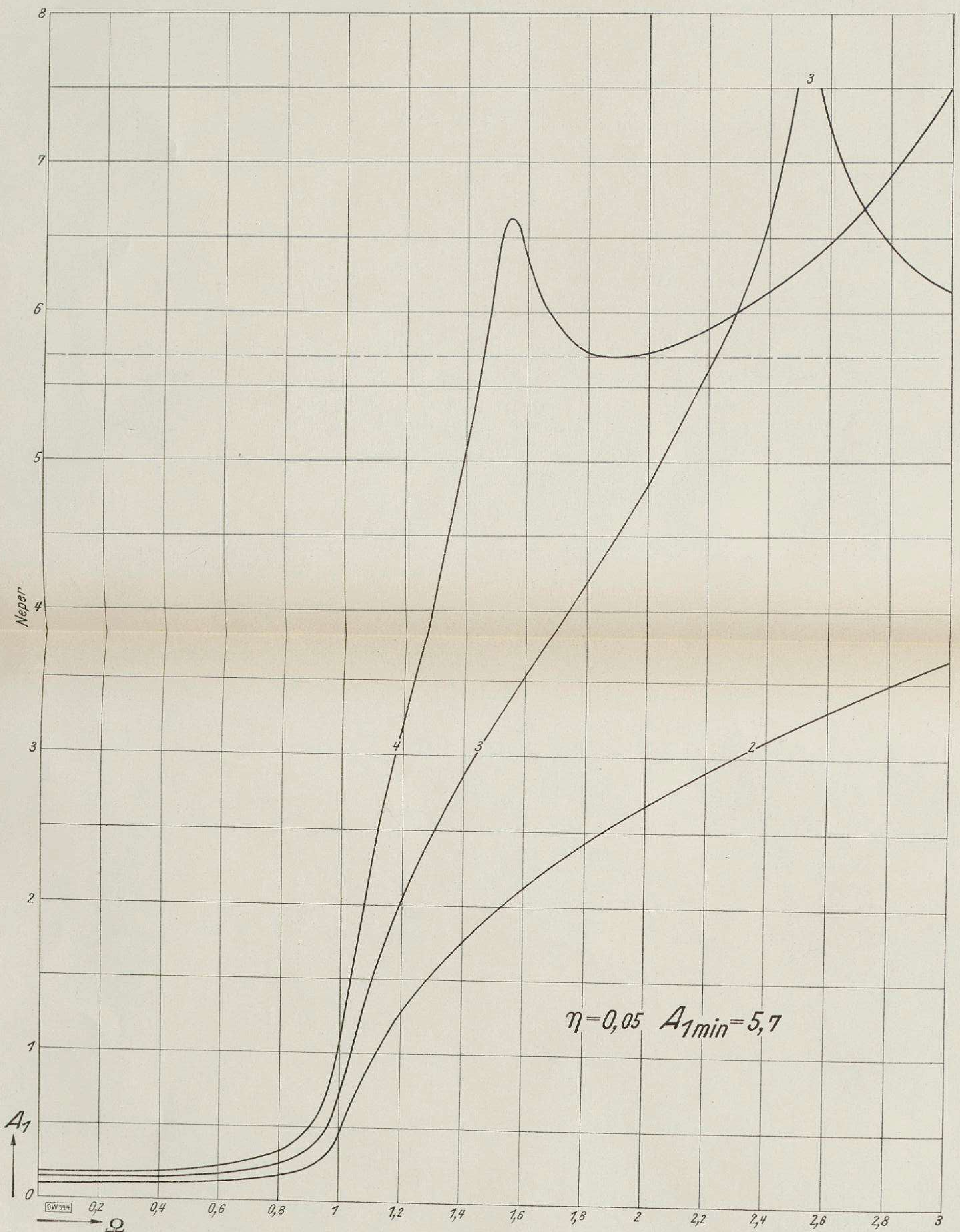
s = 0,051
hierzu gehört A'₁ = 3,7
s' = 0,051
hierzu gehört A₁ = 3,7
B₂
B'₂
Ω̄
Ω
I
DW344



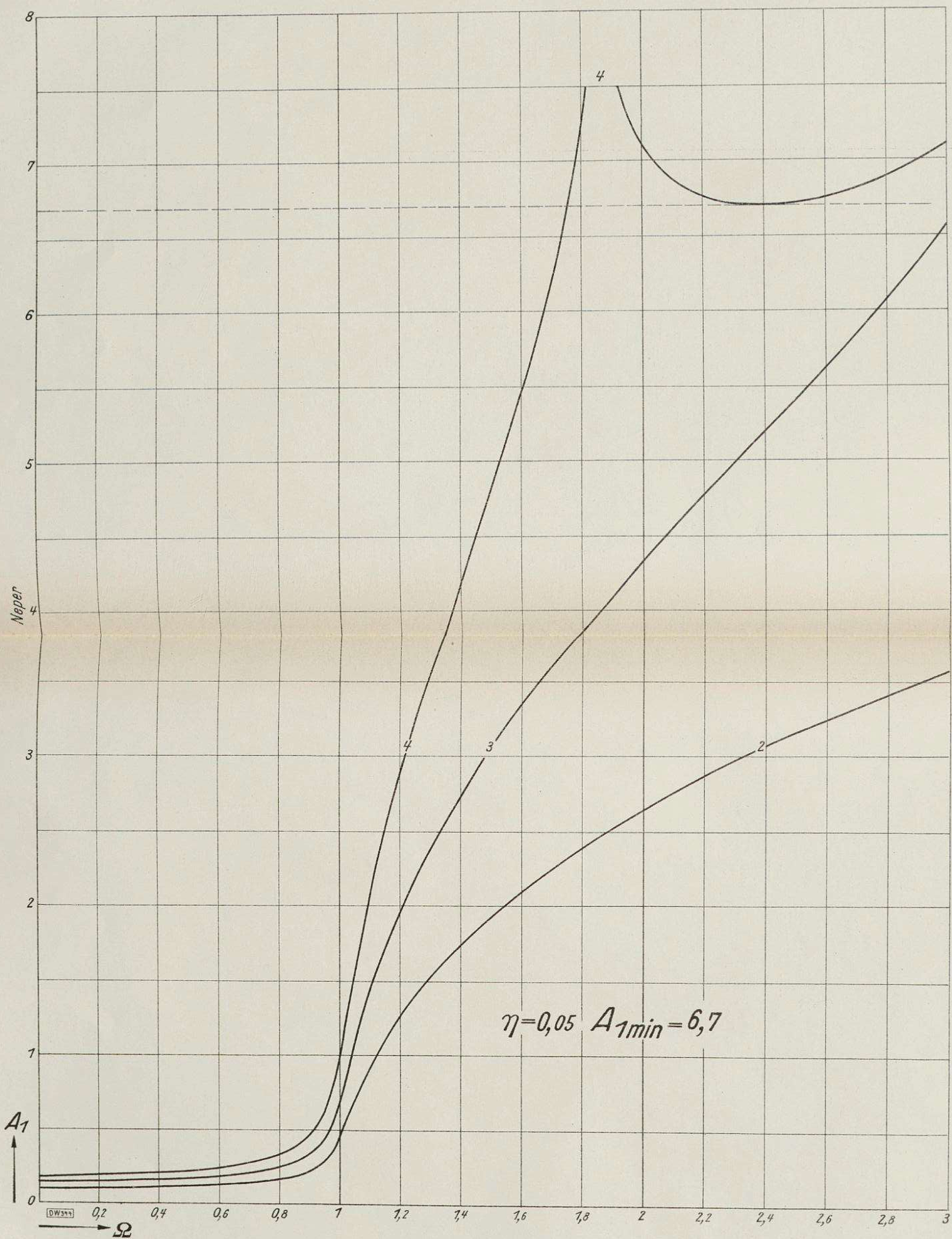
8
7
6
5
4
Neper
3
2
1
A_1
0
DW344
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
Ω
4
4
3
2
$\eta = 0{,}05 \quad A_{1min} = 3{,}7$



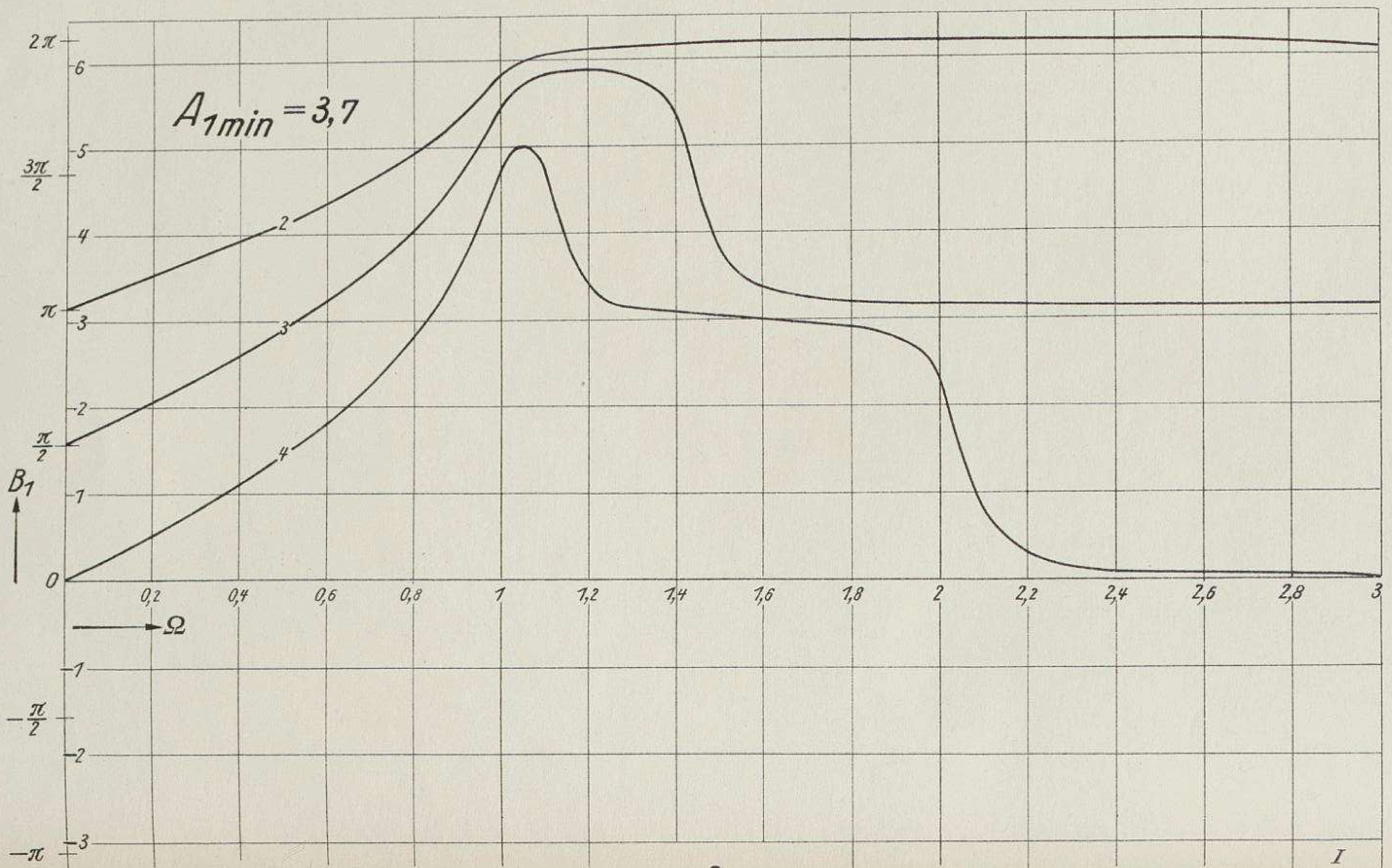
8
7
6
5
4
3
2
1
0
Neper
A_1
DW344
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
Ω
4
4
4
3
2
η=0,05 A_{1min}=4,7



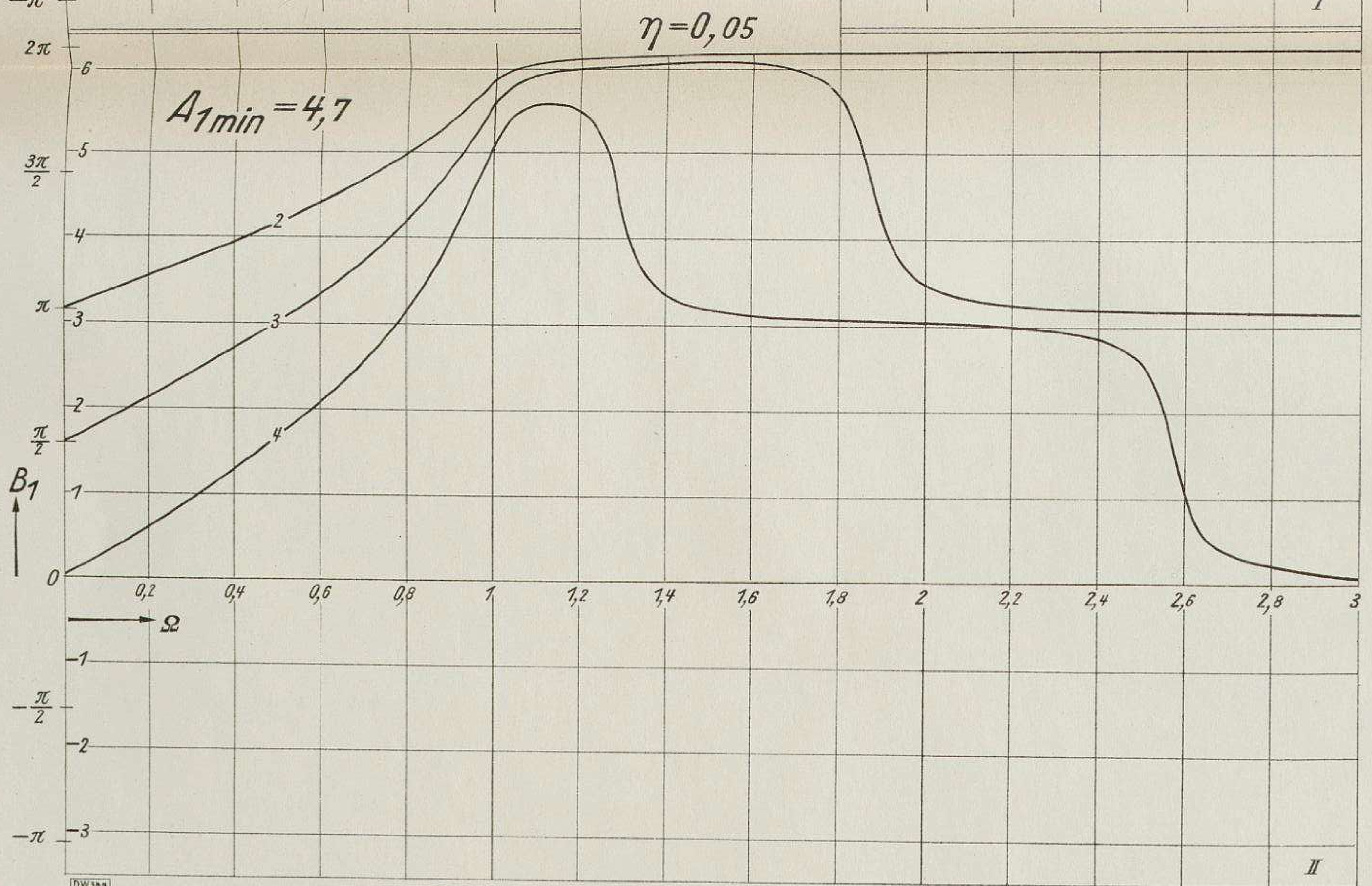
8
7
6
5
4
Neper
3
2
1
A_1
0
DW 394
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
Ω
4
3
2
3
$\eta = 0{,}05 \quad A_{1min} = 5{,}7$



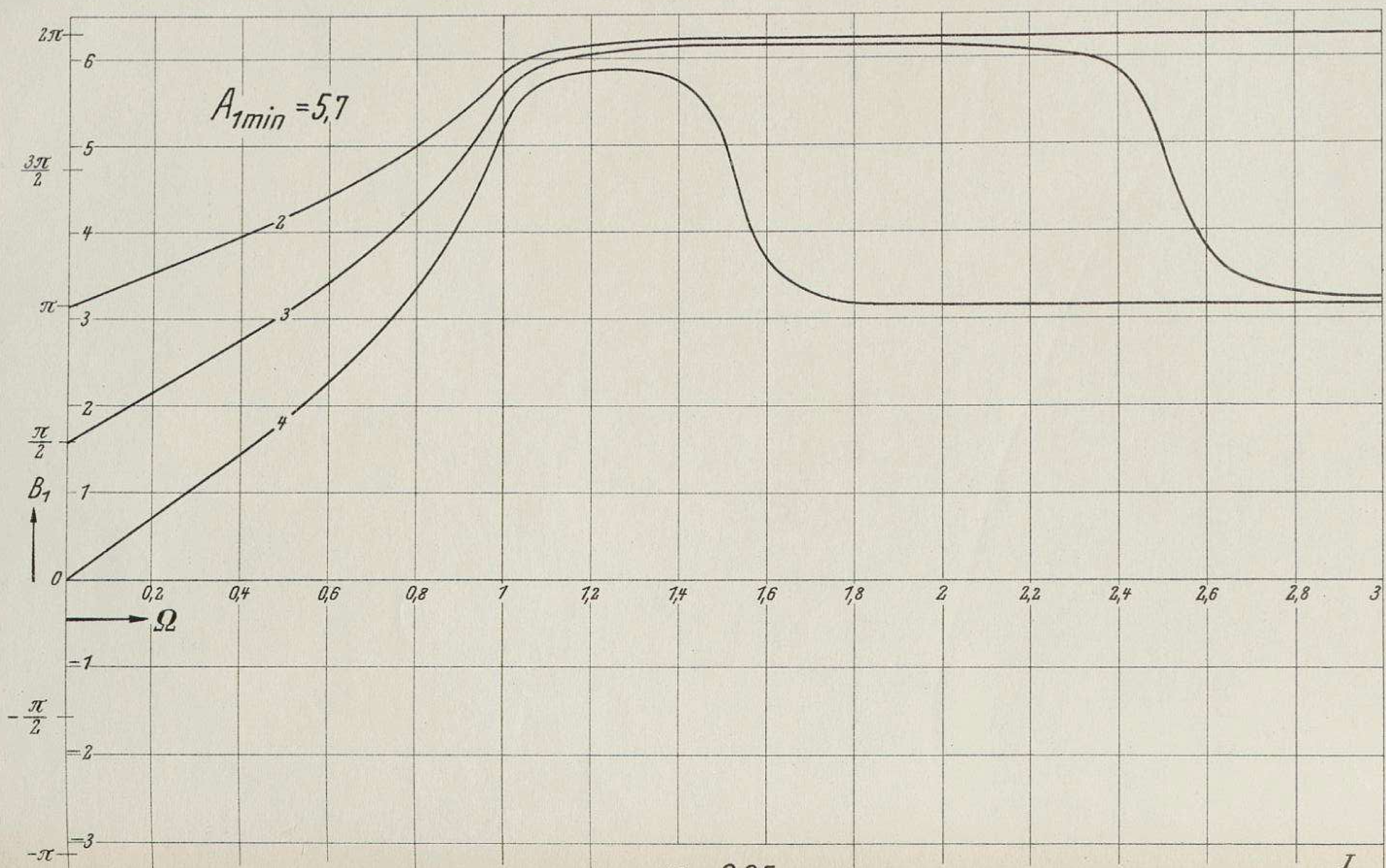
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G.m.b.H., Berlin NW7



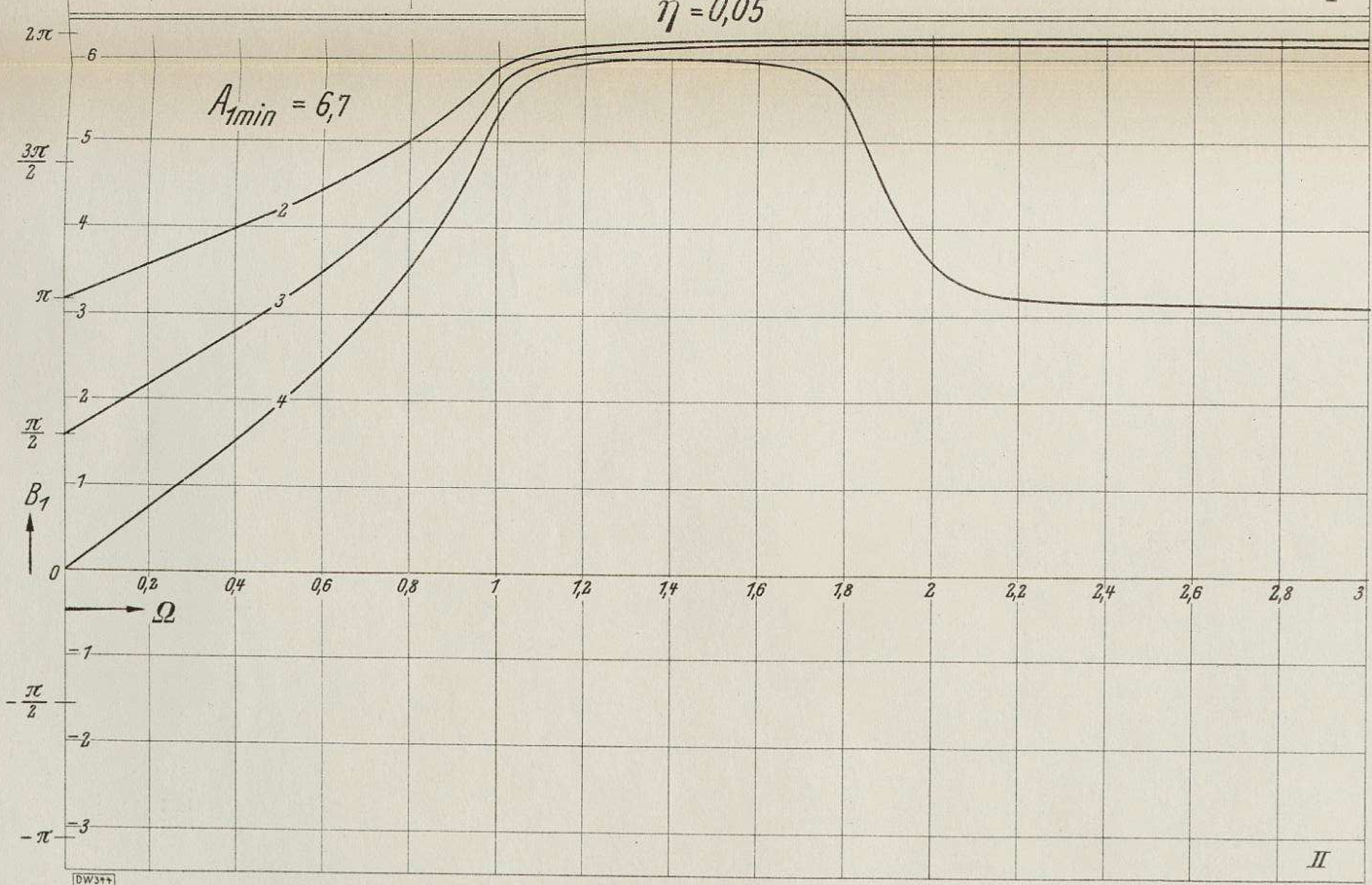
$\eta = 0,05$



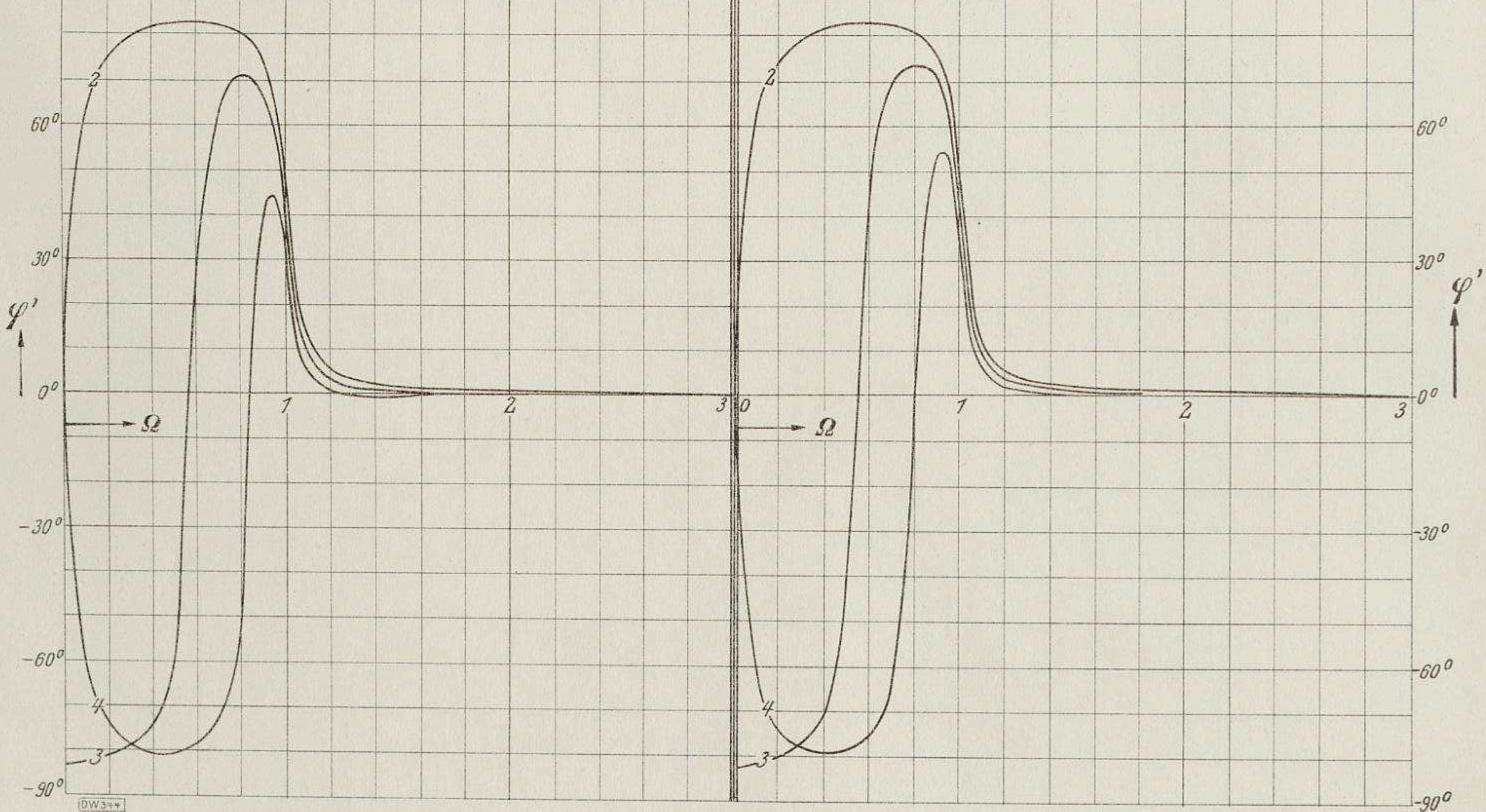
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G.m.b.H., Berlin NW7



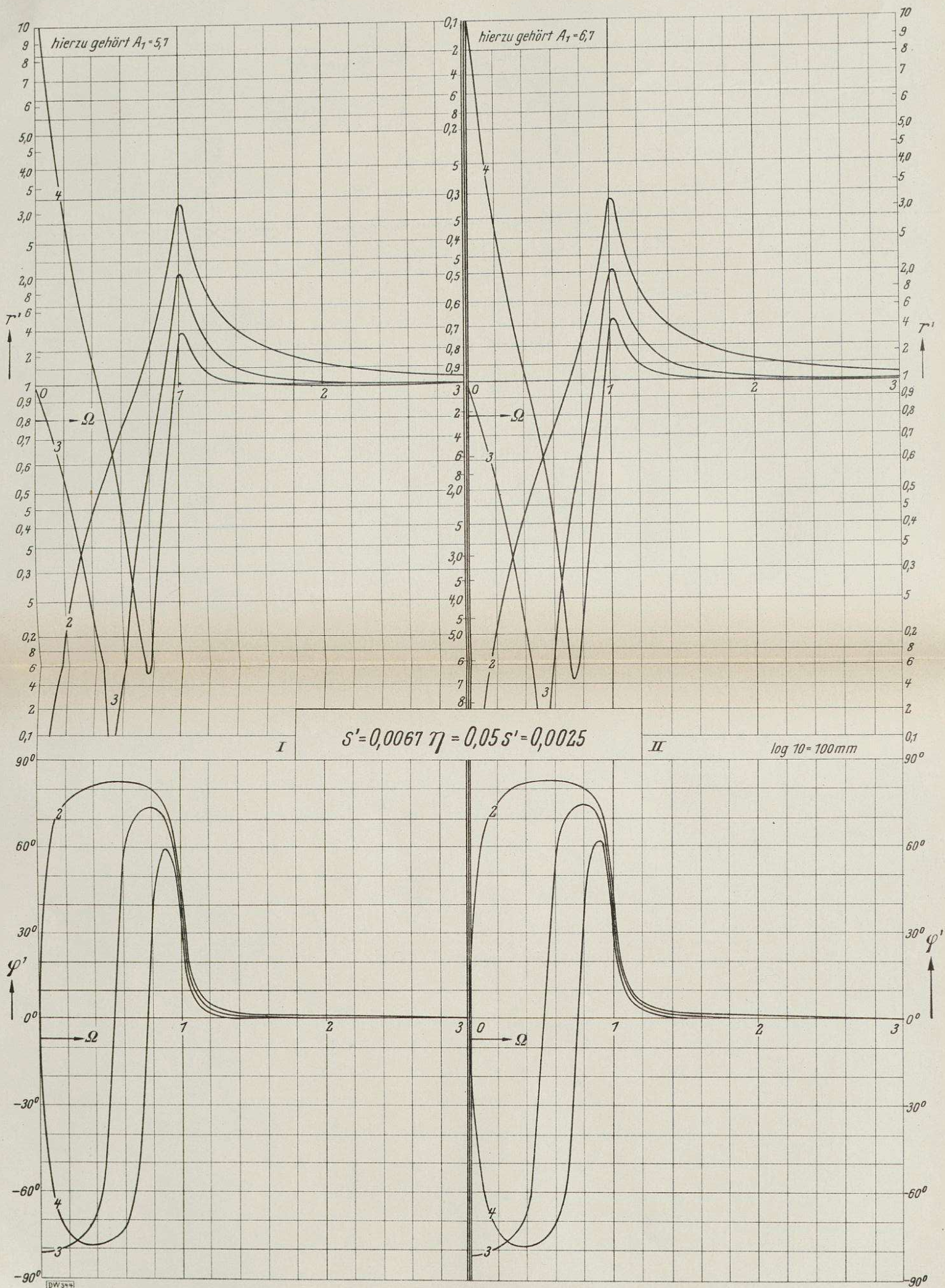
$\eta = 0,05$



Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

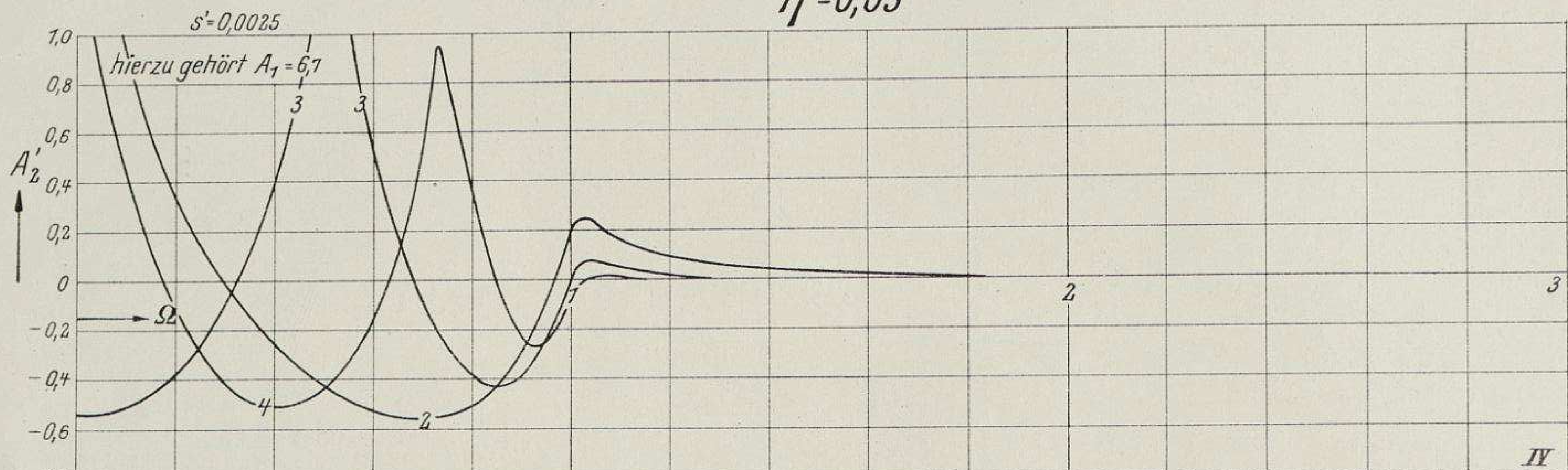


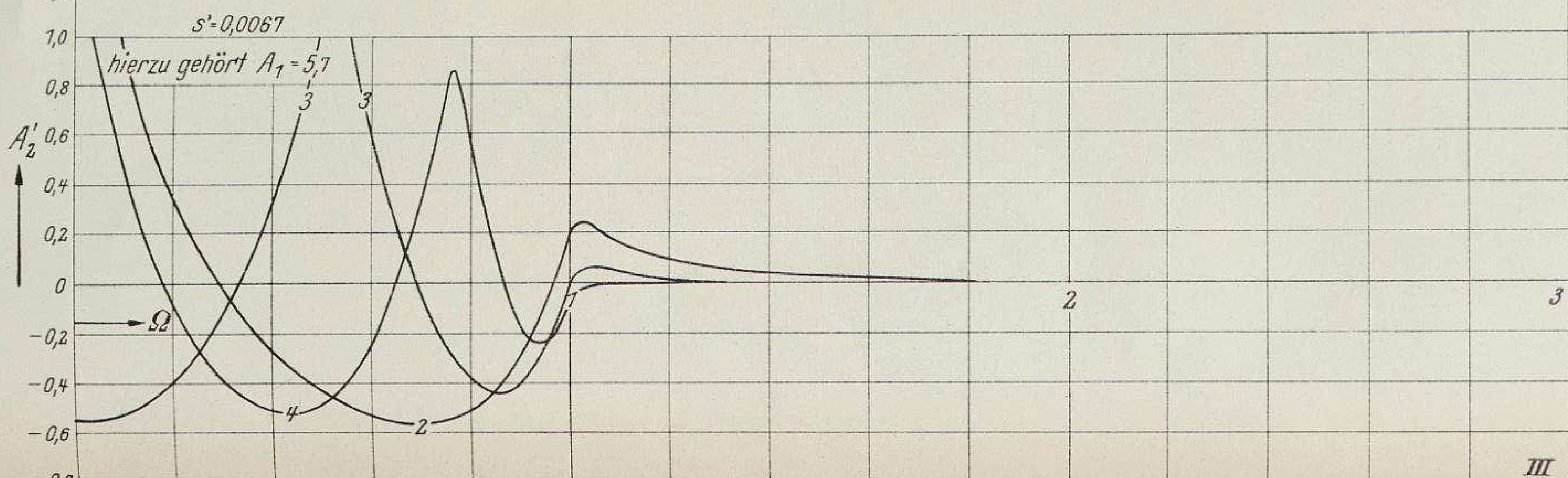
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW 7

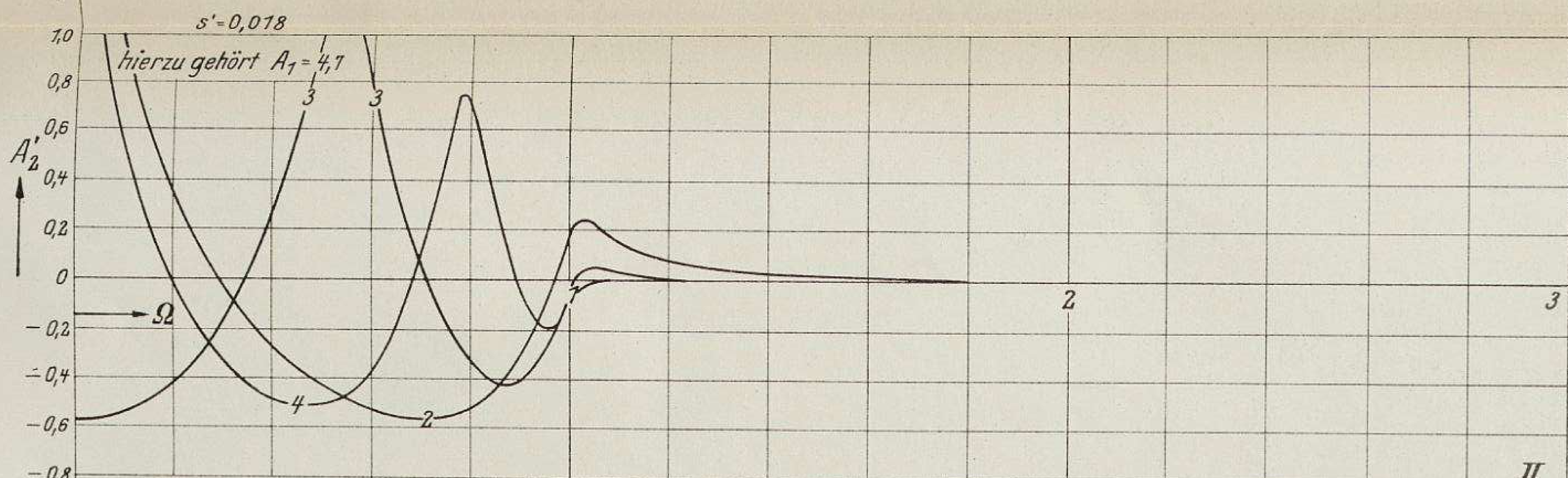


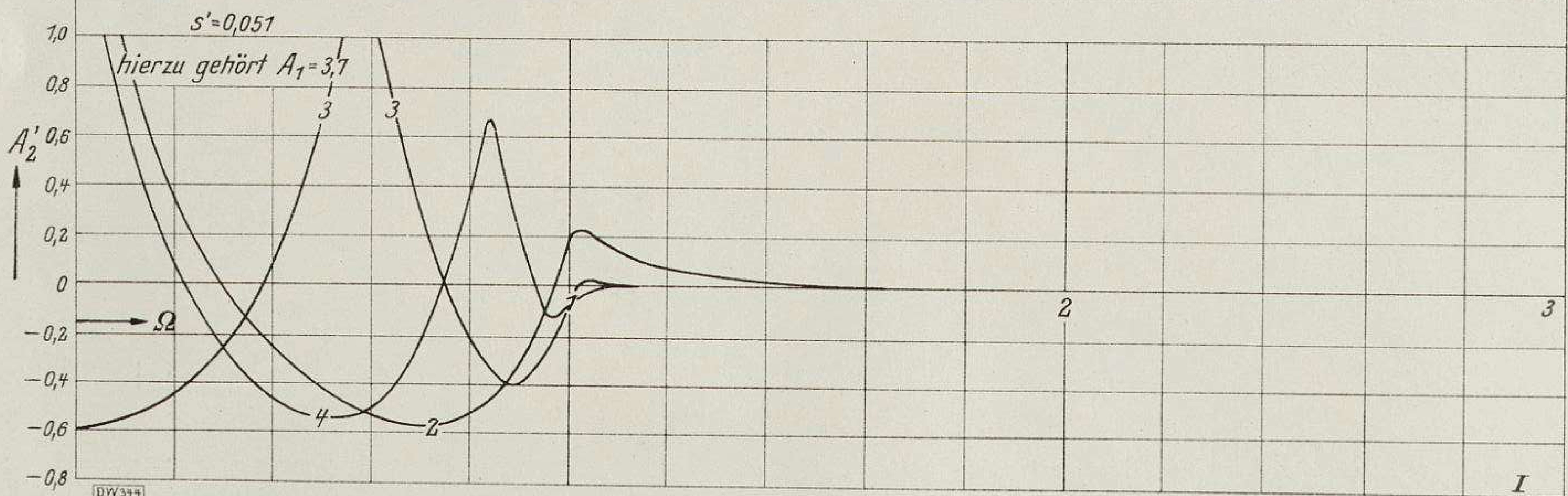
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G.m.b.H., Berlin NW7

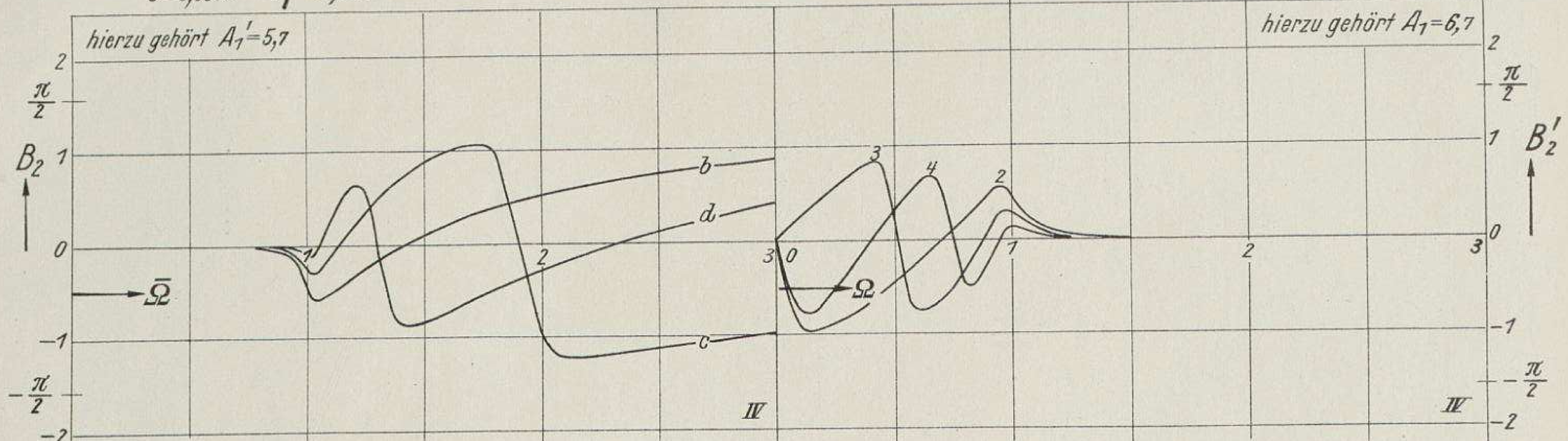
$\eta = 0{,}05$


s' = 0,0025
hierzu gehört A₁ = 6,7
A'₂
Ω
IV

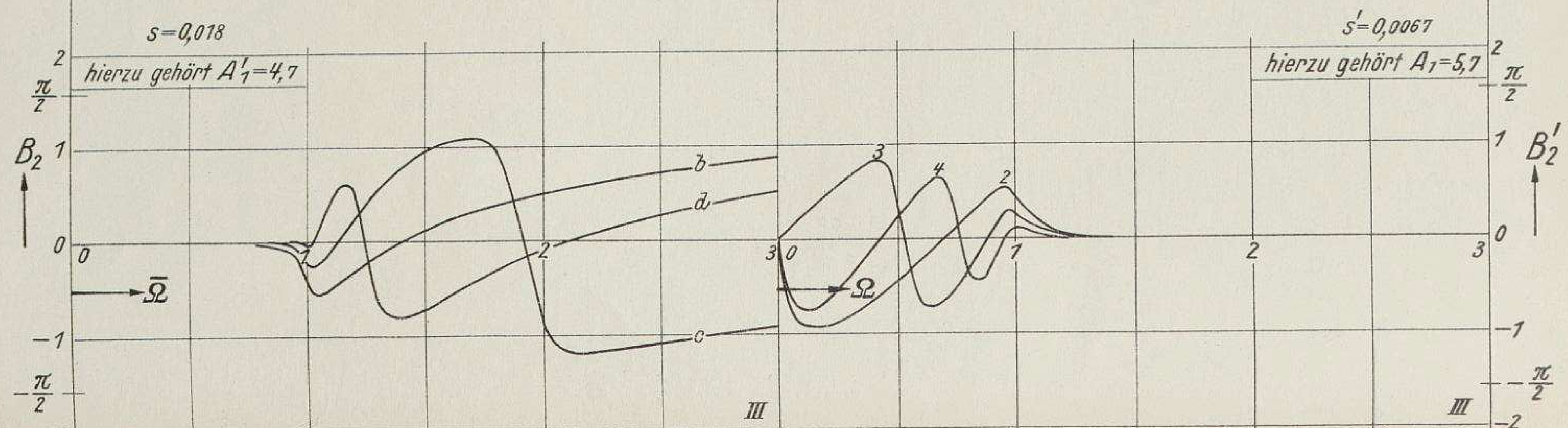

s' = 0,0067
hierzu gehört A₁ = 5,7
A'₂
Ω
III


s' = 0,018
hierzu gehört A₁ = 4,7
A'₂
Ω
II

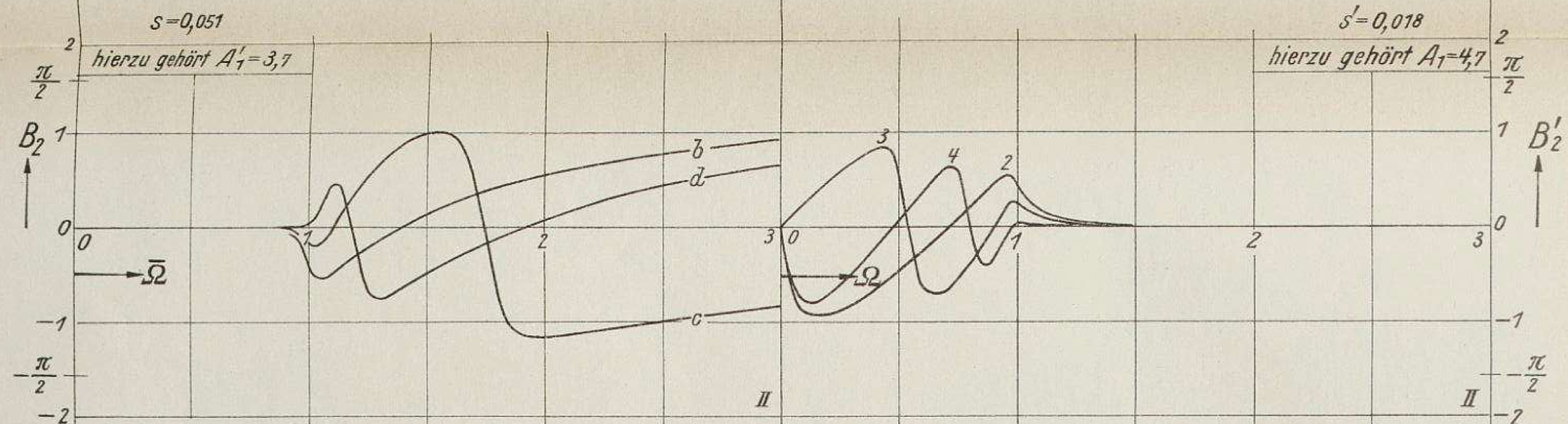

s' = 0,051
hierzu gehört A₁ = 3,7
A'₂
Ω
I
DW344



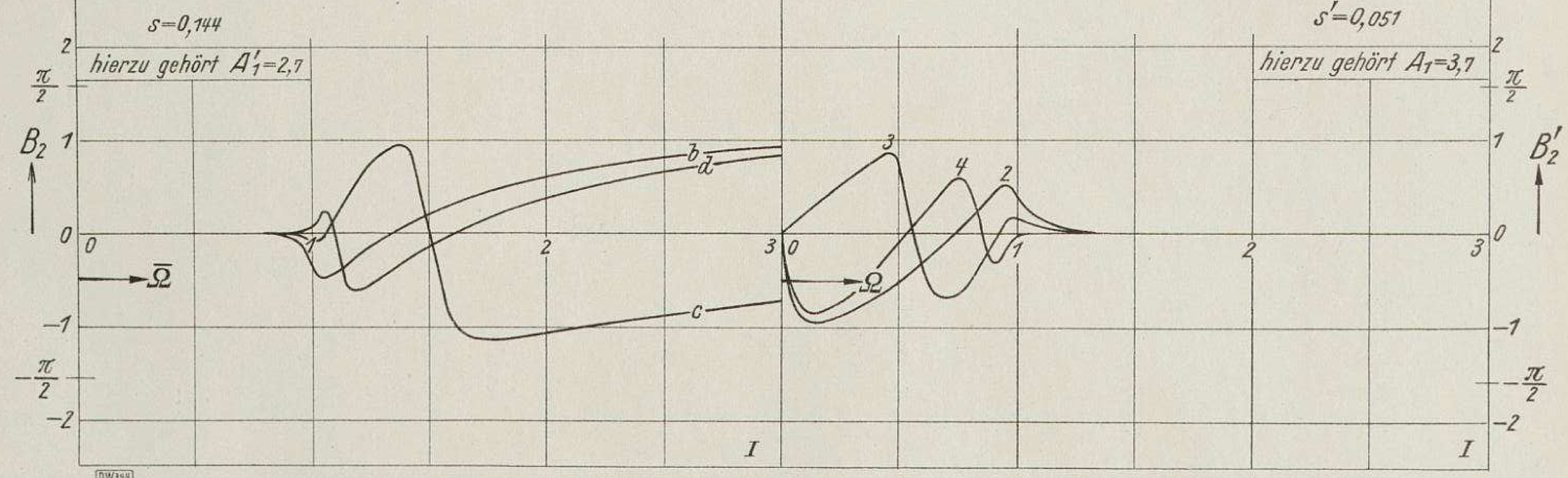
(30)
s=0,0067
$\bar{\eta}=0,05$
(20)
$\eta=0,05$
s'=0,0025
hierzu gehört $A_1'=5,7$
hierzu gehört $A_1=6,7$
B_2
B_2'
$\bar{\Omega}$
Ω
b
d
c
IV
IV



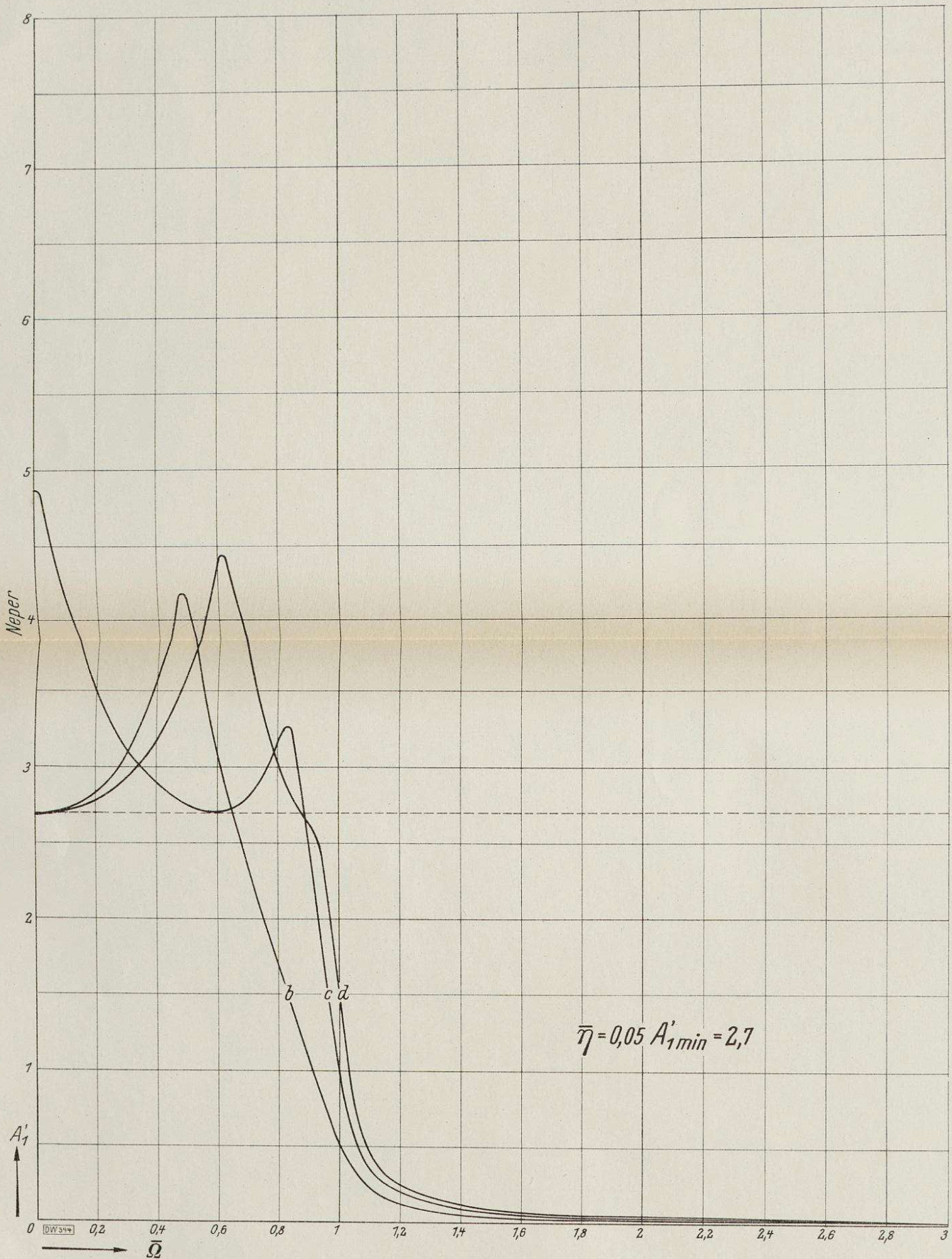
s=0,018
s'=0,0067
hierzu gehört $A_1'=4,7$
hierzu gehört $A_1=5,7$
B_2
B_2'
$\bar{\Omega}$
Ω
b
d
c
III
III



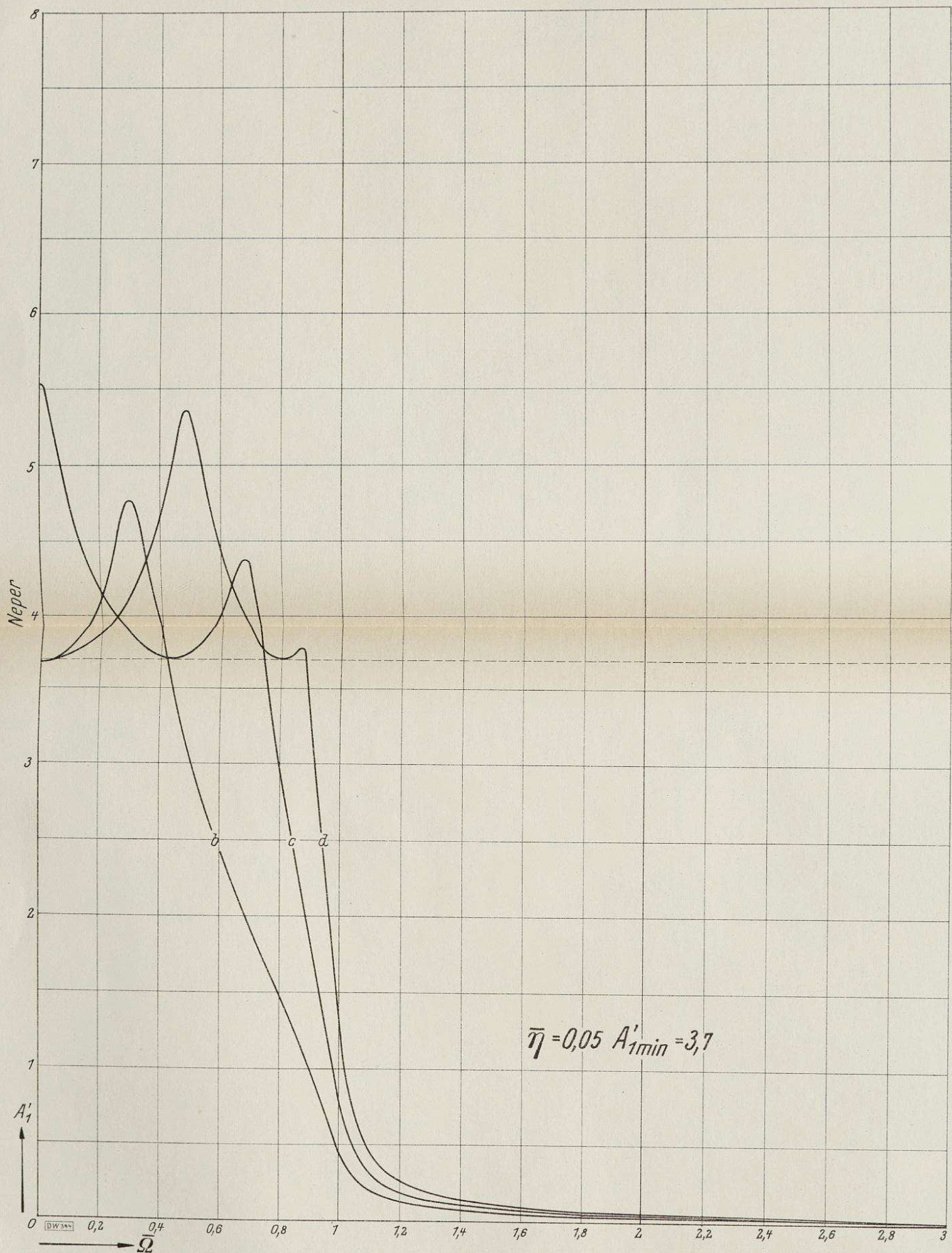
s=0,051
s'=0,018
hierzu gehört $A_1'=3,7$
hierzu gehört $A_1=4,7$
B_2
B_2'
$\bar{\Omega}$
Ω
b
d
c
II
II



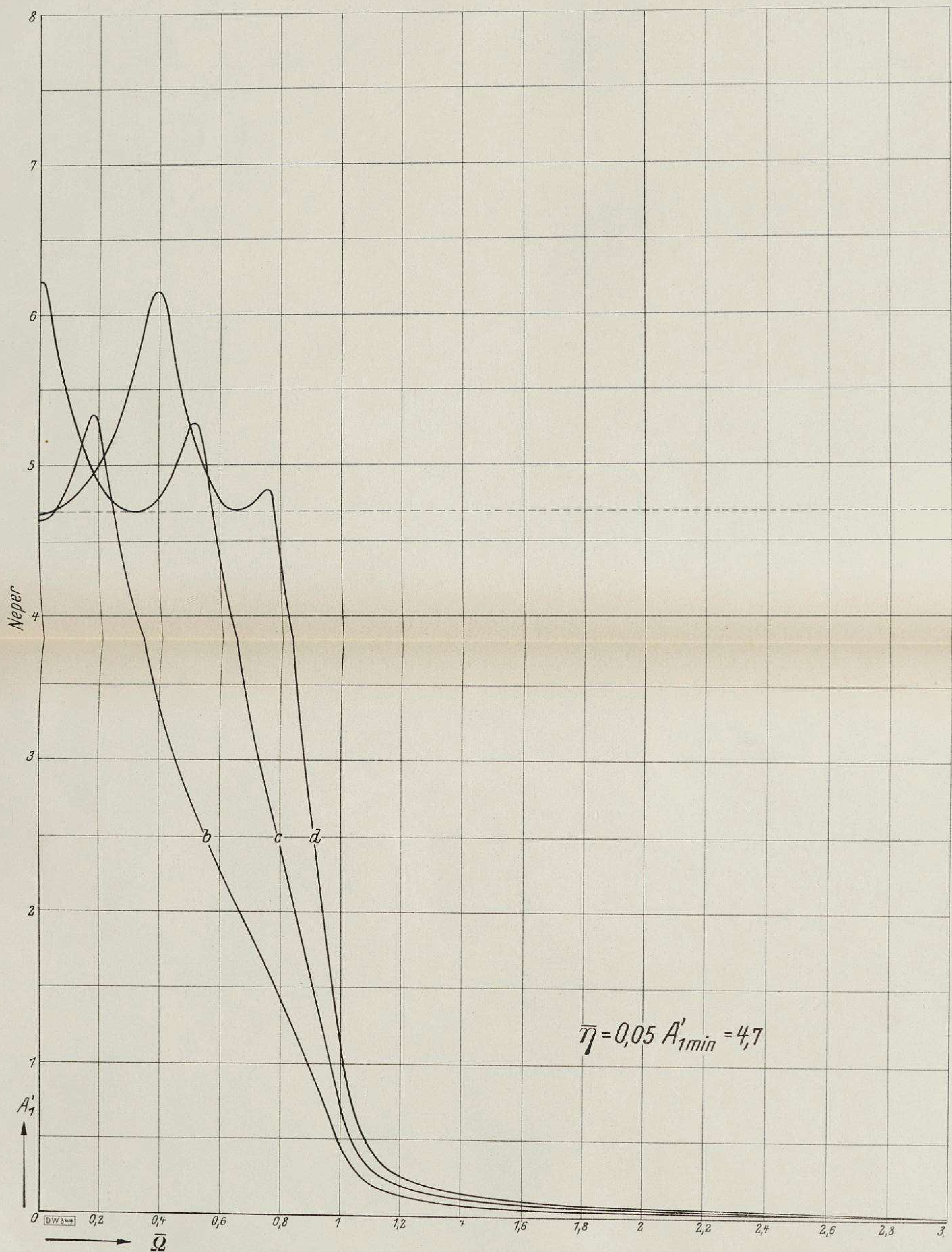
s=0,144
s'=0,051
hierzu gehört $A_1'=2,7$
hierzu gehört $A_1=3,7$
B_2
B_2'
$\bar{\Omega}$
Ω
b
d
c
I
I
DW344



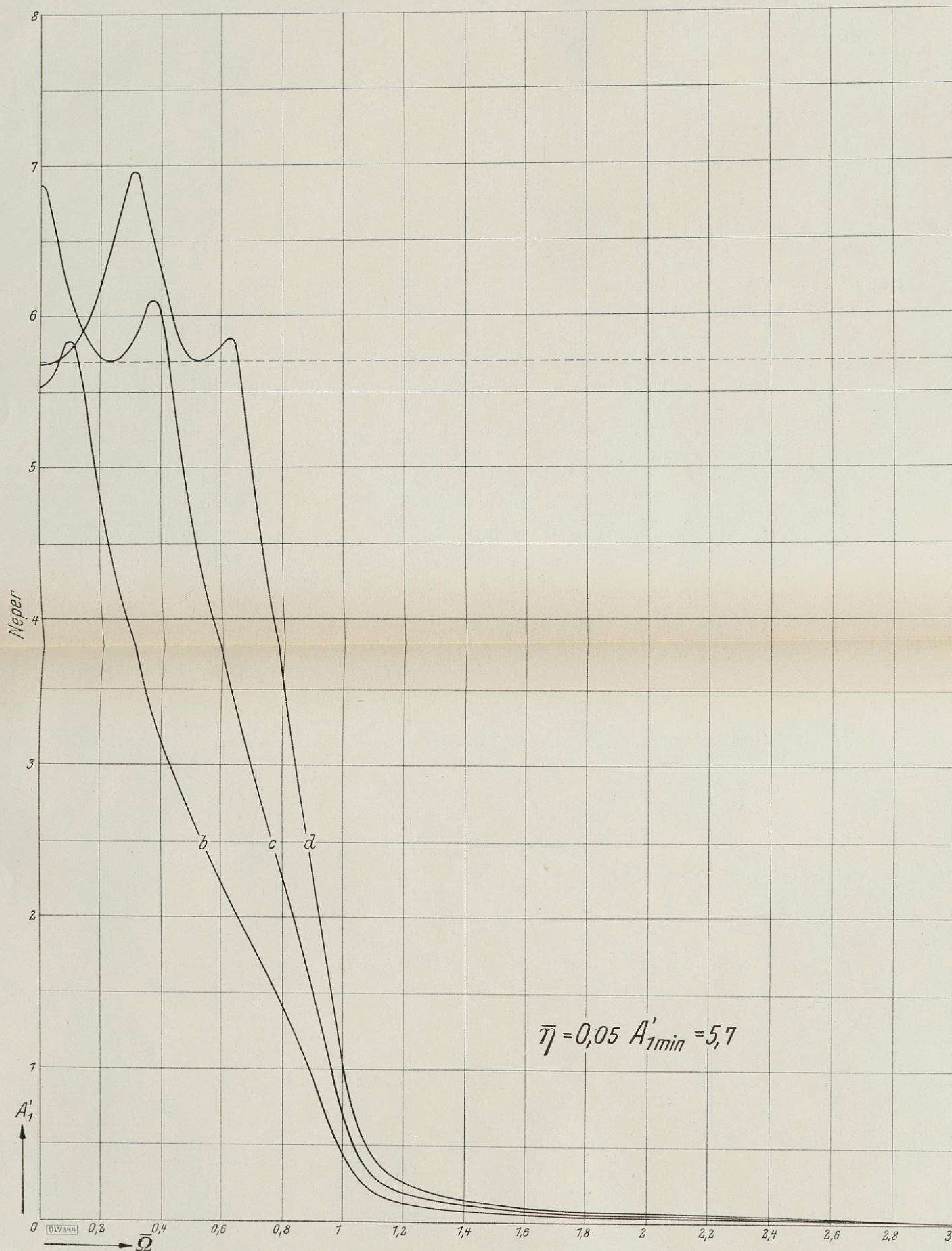
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G m b H., Berlin NW 7



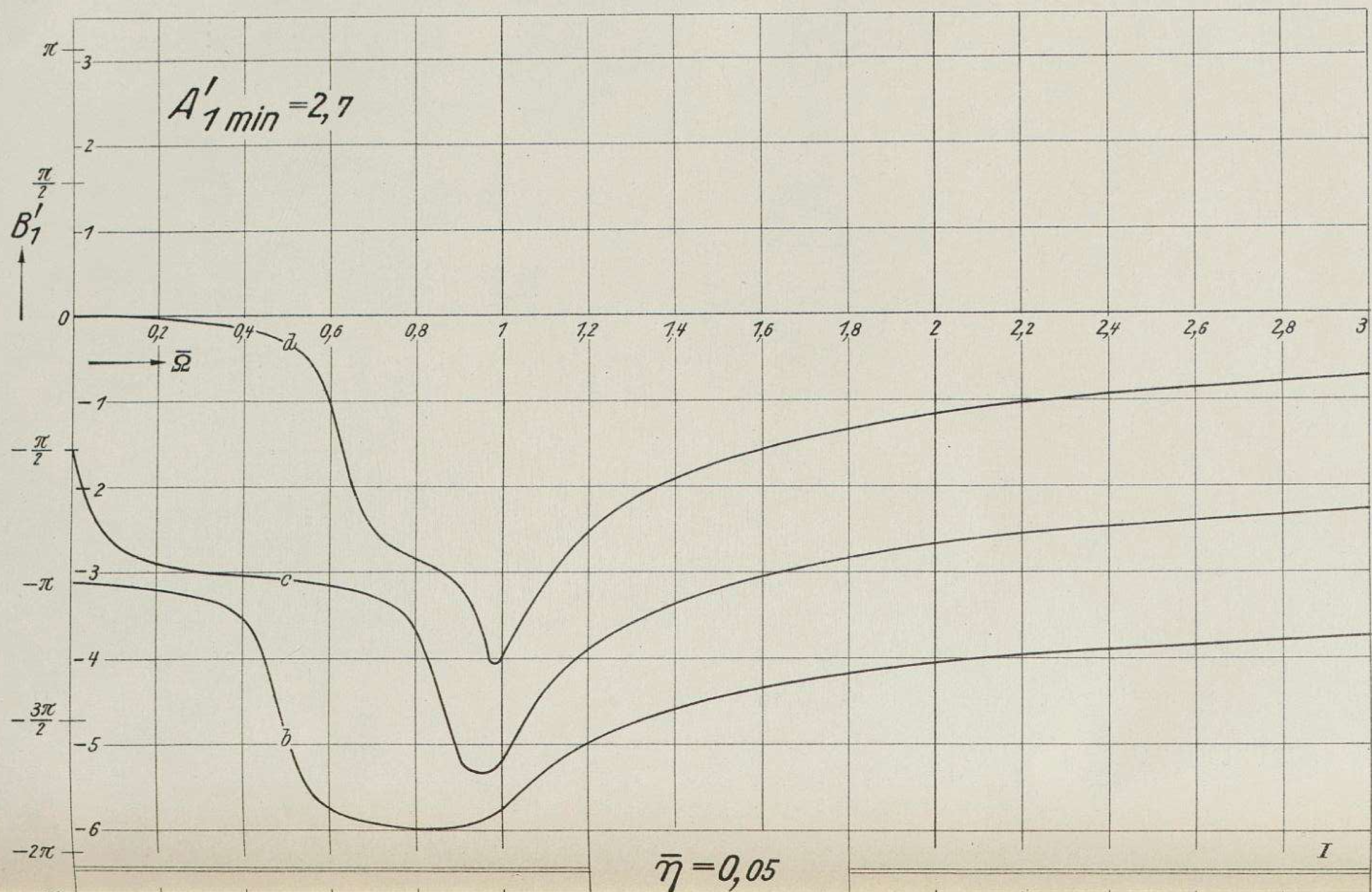
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



8
7
6
5
Neper
4
3
2
1
A'_1
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
$\overline{\Omega}$
b
c
d
$\overline{\eta} = 0{,}05 \; A'_{1min} = 4{,}7$

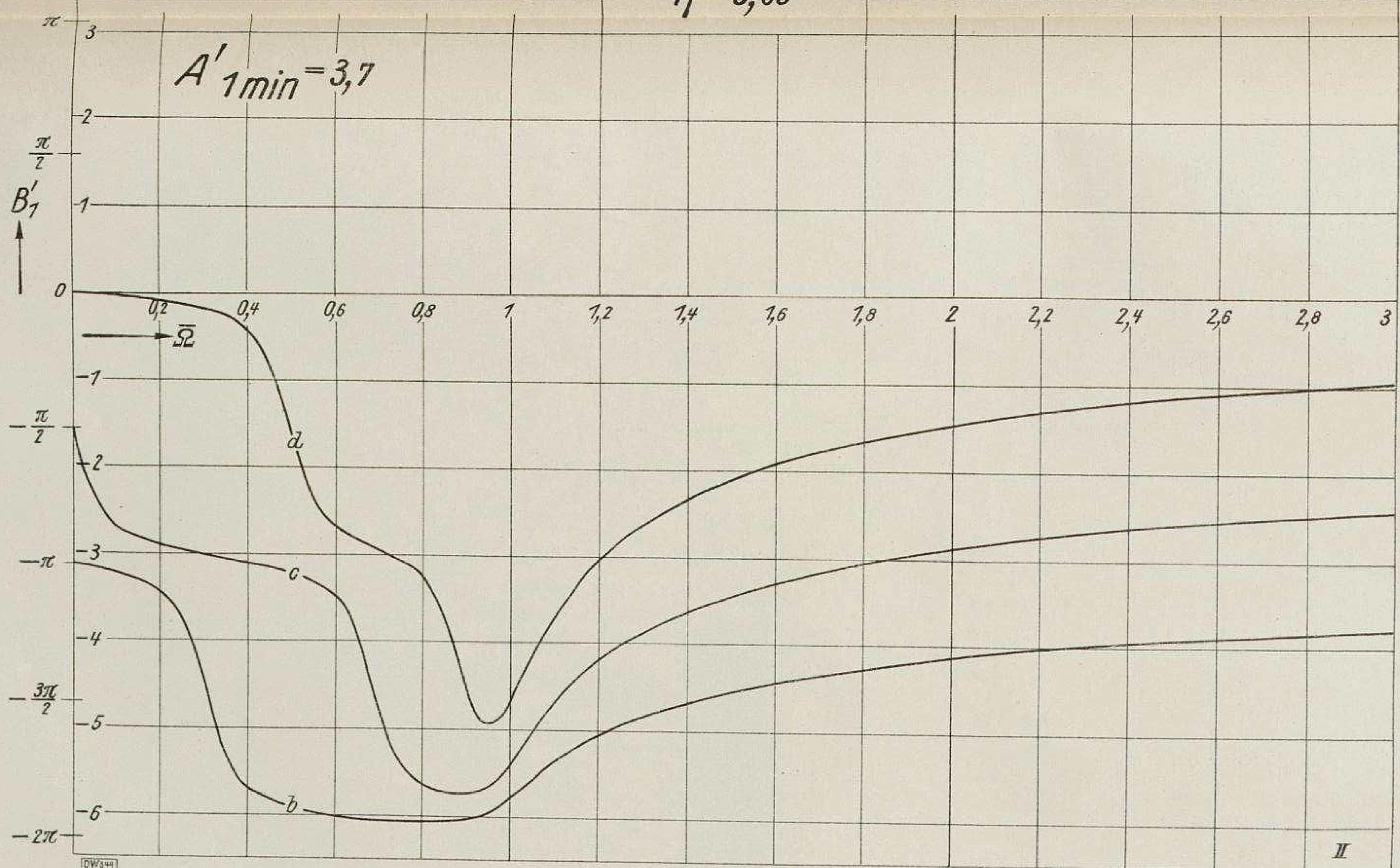


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G.m.b.H., Berlin NW7

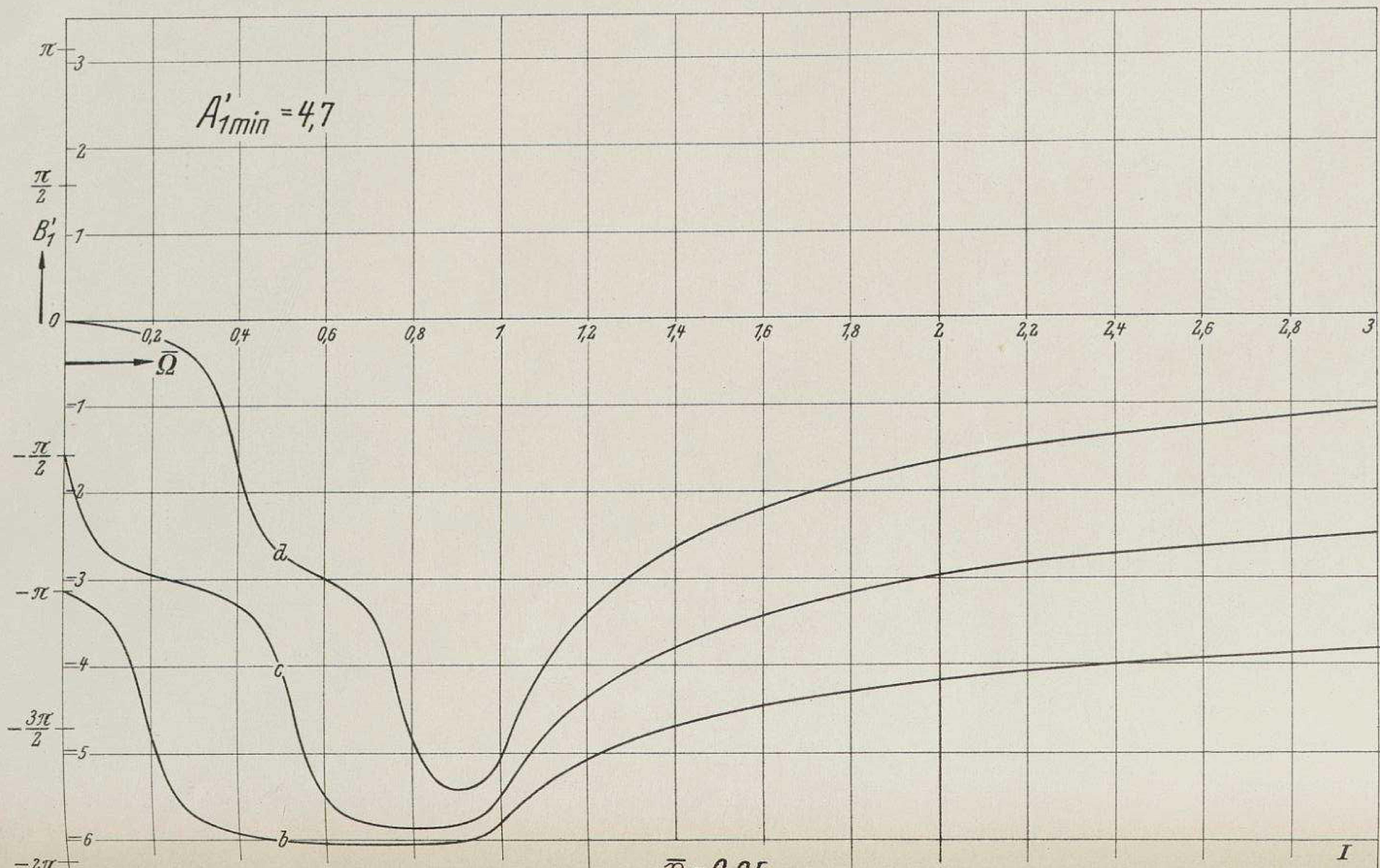


$A'_{1\,min} = 2,7$
B'_1
$\bar{\Omega}$
π
3
2
π/2
1
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
-1
-π/2
-2
-π
-3
-4
-3π/2
-5
-6
-2π
a
b
c
d
I

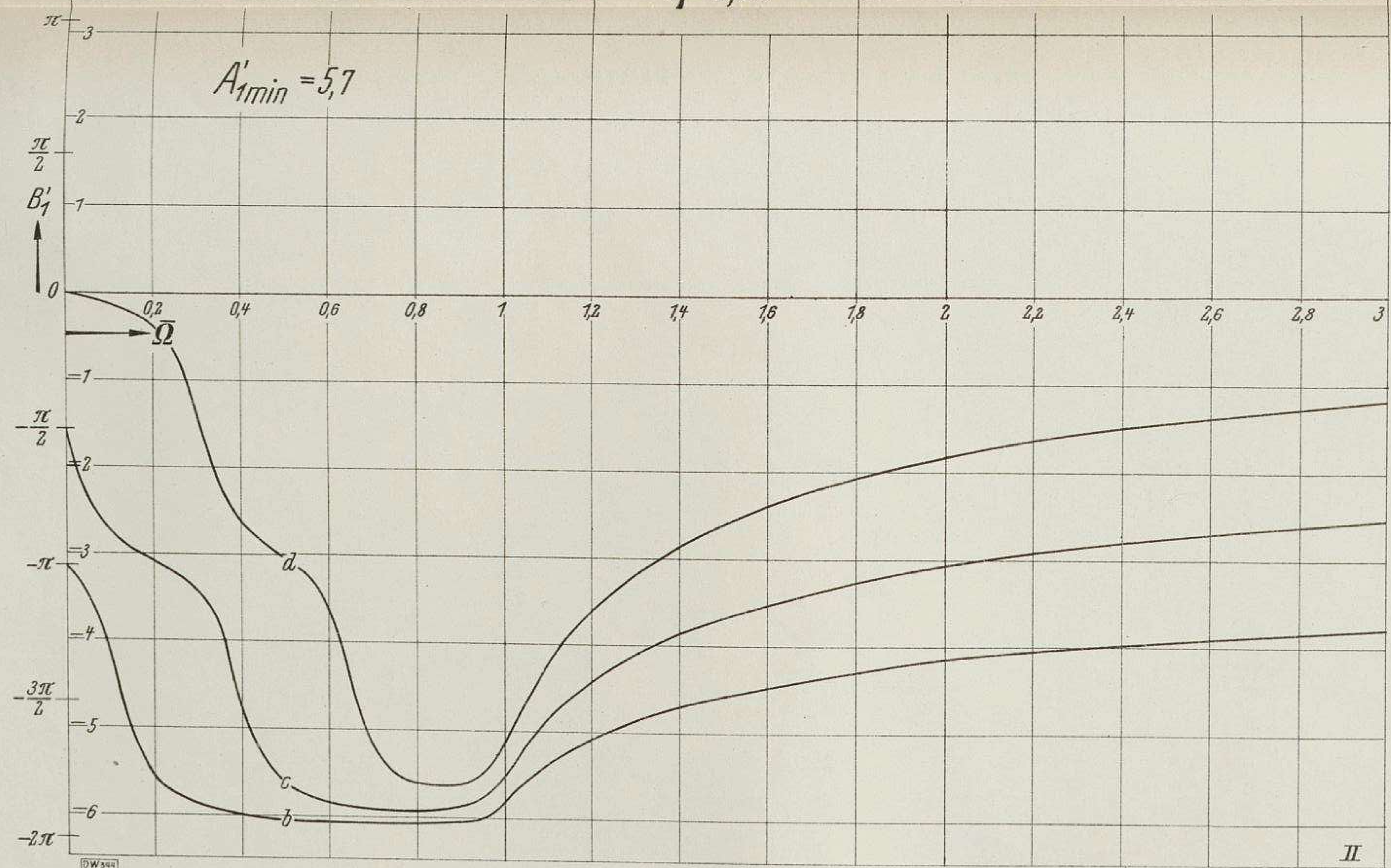
$\bar{\eta} = 0,05$



$A'_{1\,min} = 3,7$
B'_1
$\bar{\Omega}$
π
3
2
π/2
1
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
-1
-π/2
-2
-π
-3
-4
-3π/2
-5
-6
-2π
b
c
d
II
DW344



$\overline{\eta} = 0{,}05$



hierzu gehört $A'_1 = 2,7$

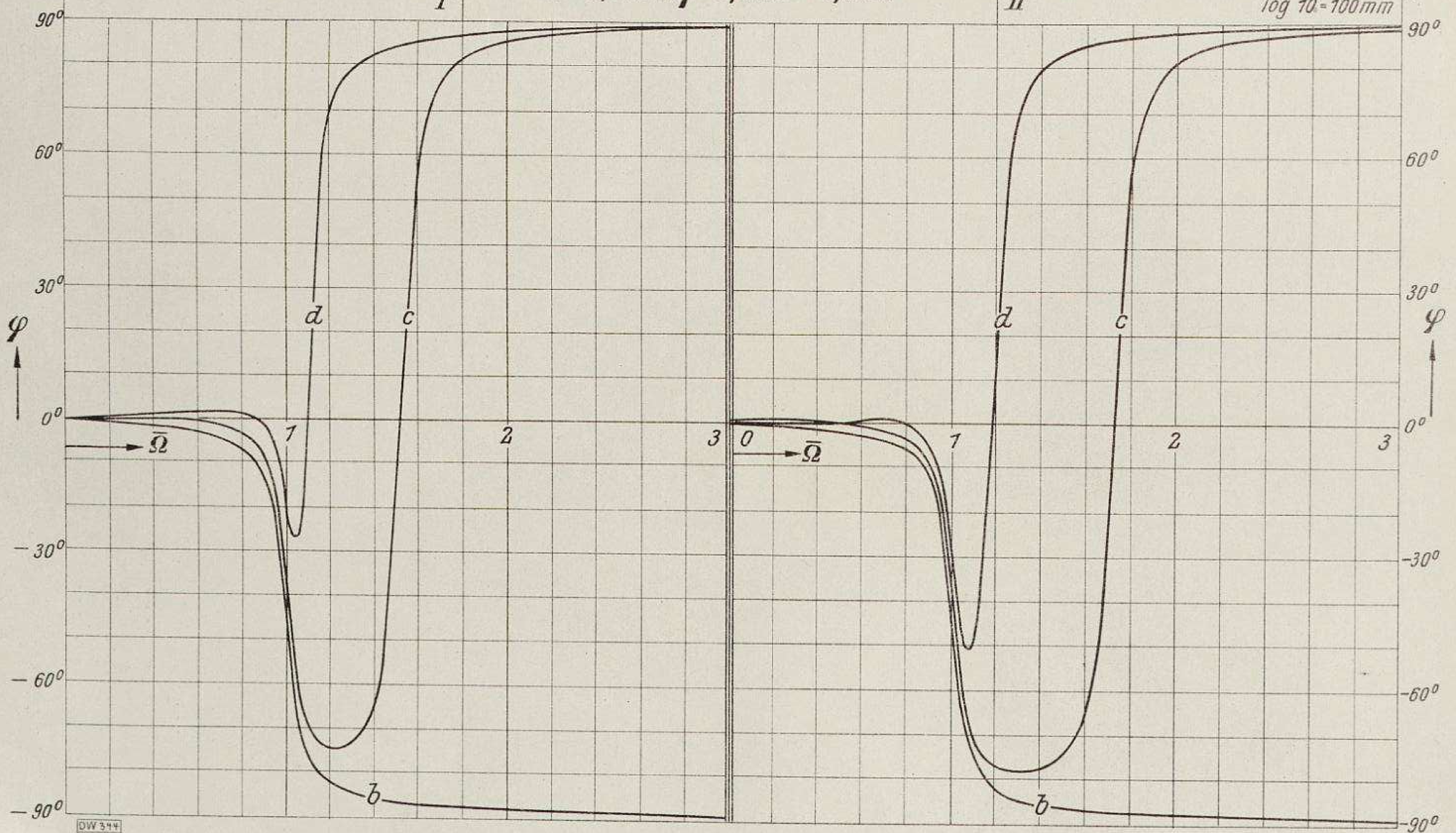
hierzu gehört $A'_1 = 3,7$

I

II

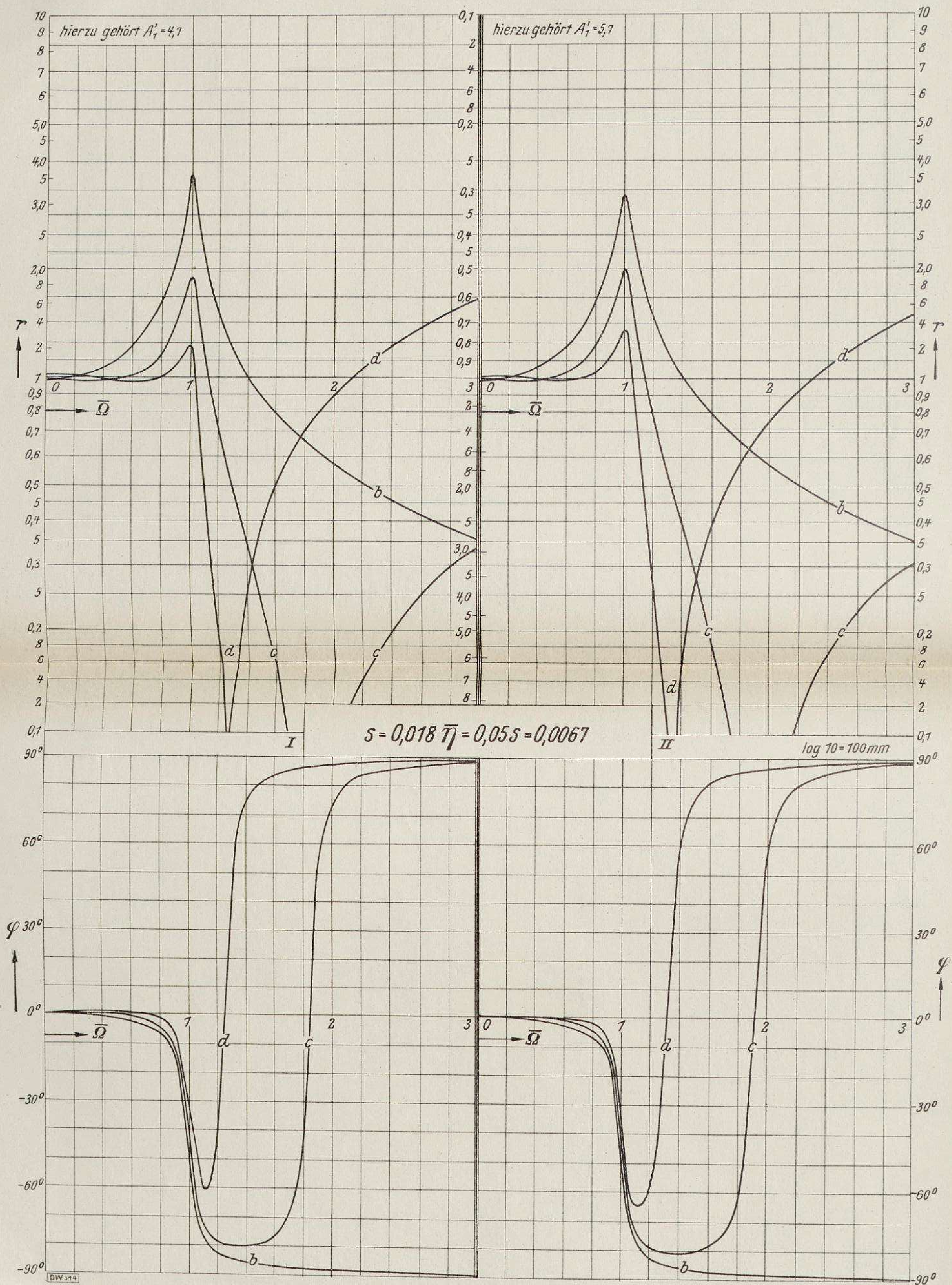
$s = 0,144 \quad \overline{\eta} = 0,05 \quad s = 0,051$

log 10 = 100 mm



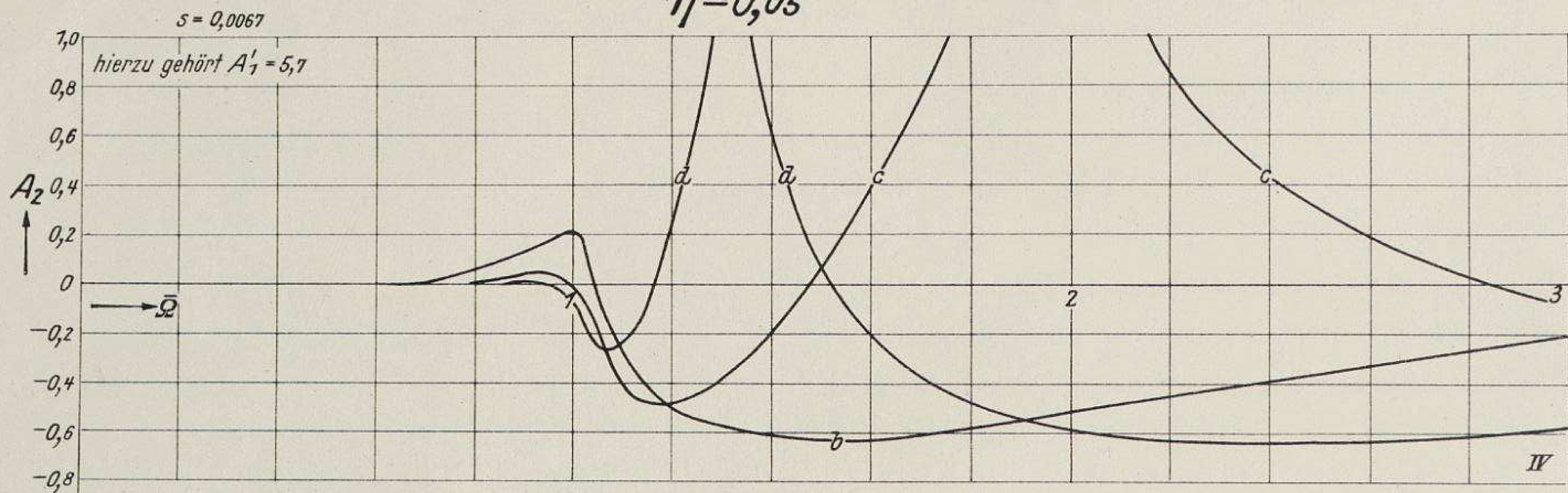
DW 344

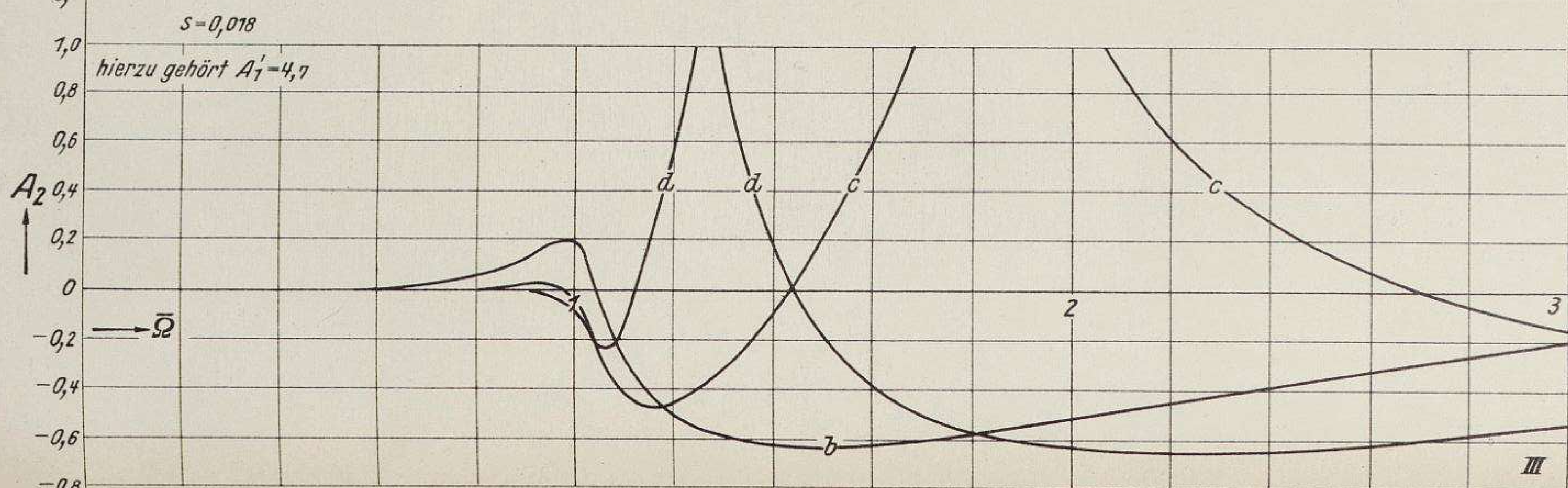
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

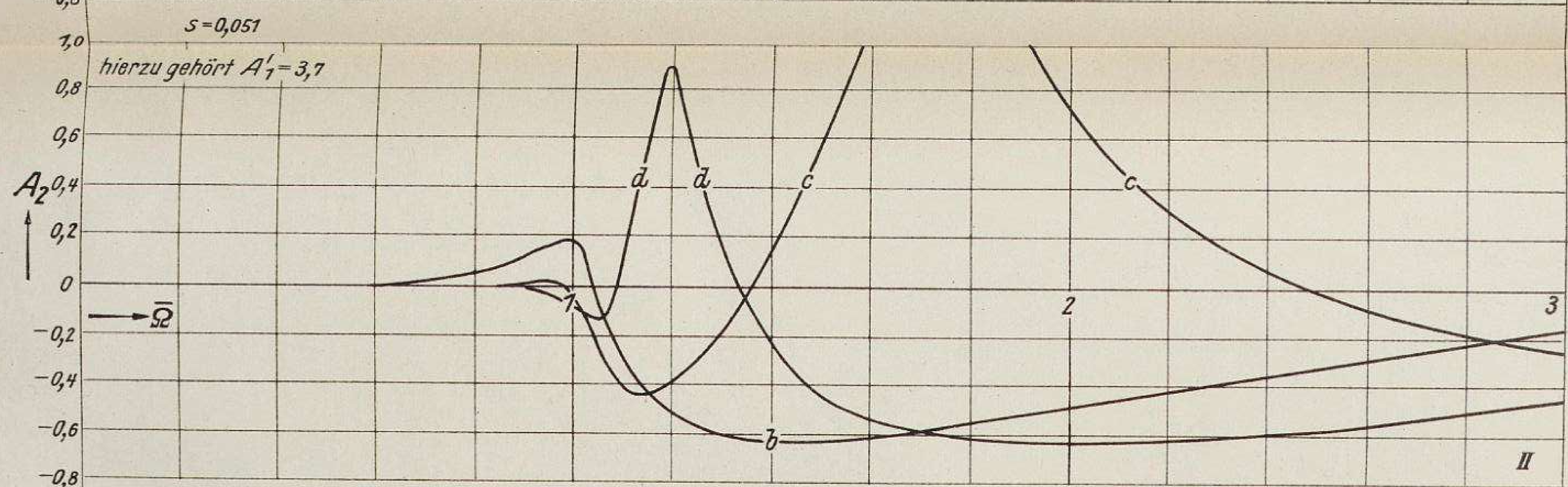


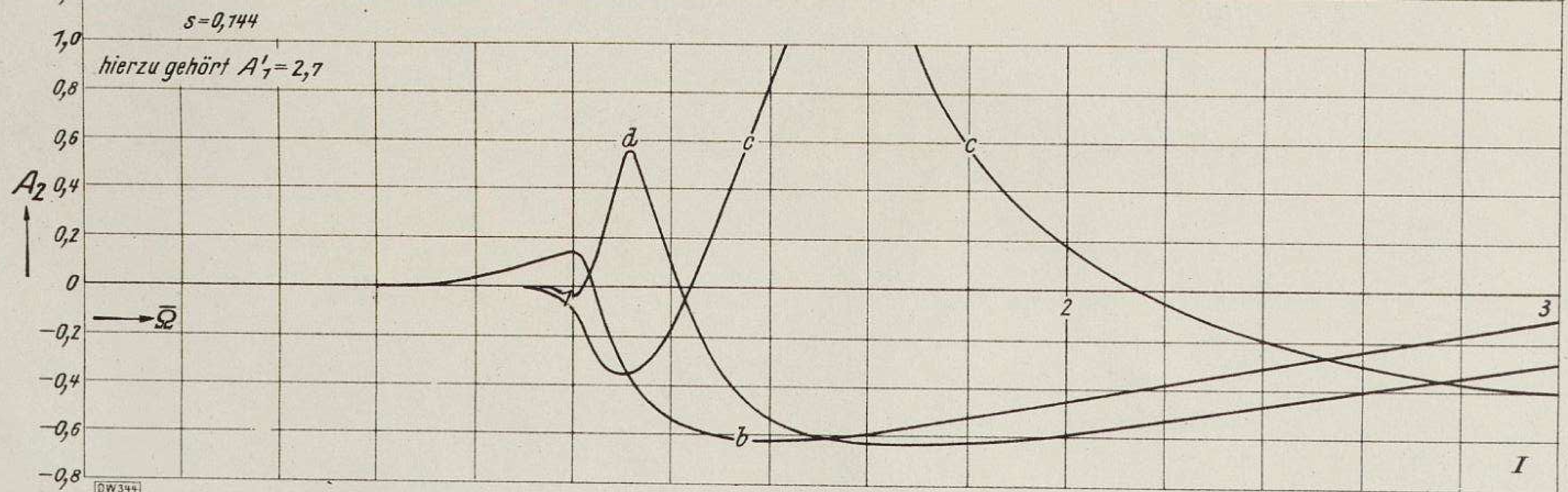
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

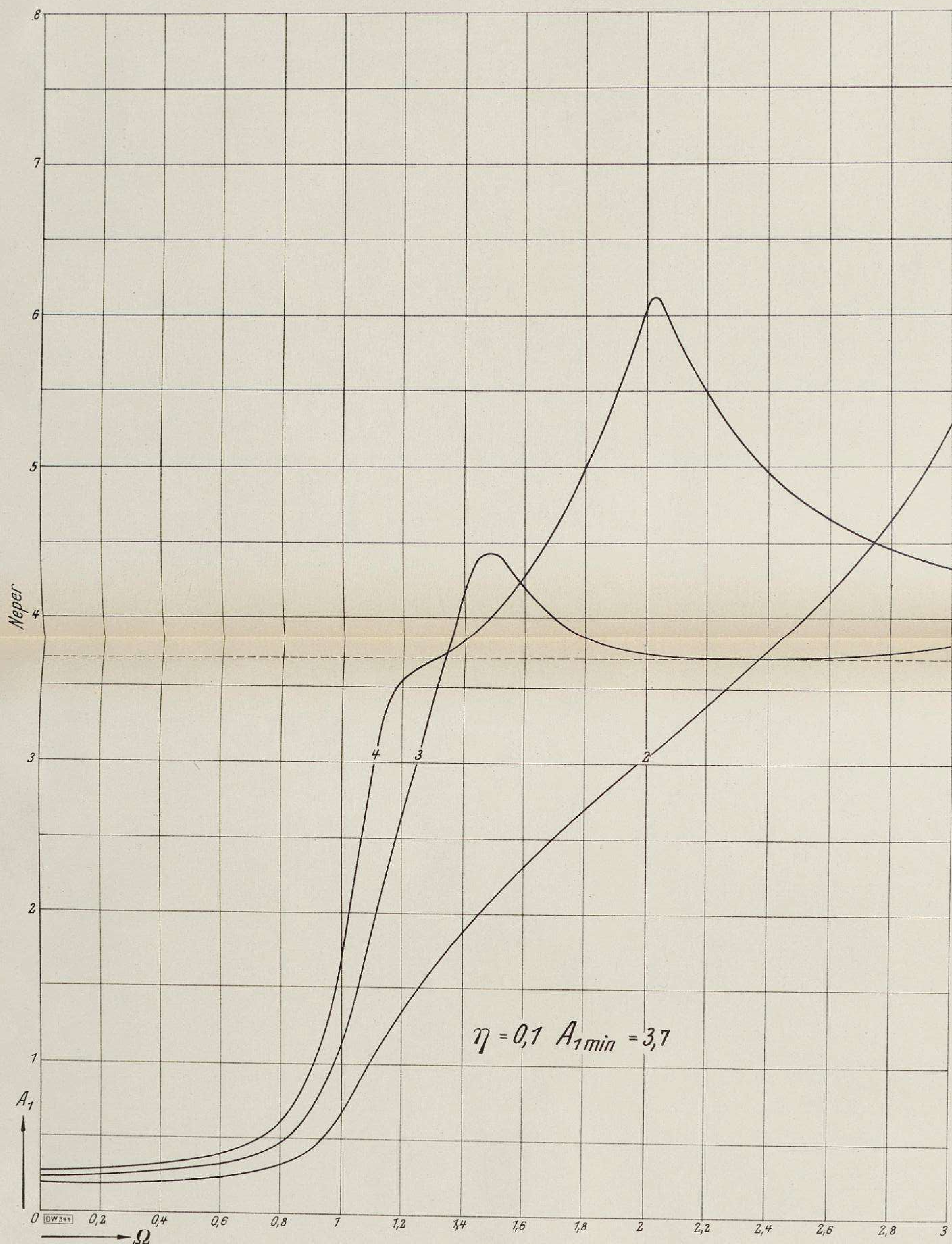
$\bar{\eta} = 0{,}05$


s = 0,0067
hierzu gehört A'1 = 5,7
A2
Ω̄
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
IV

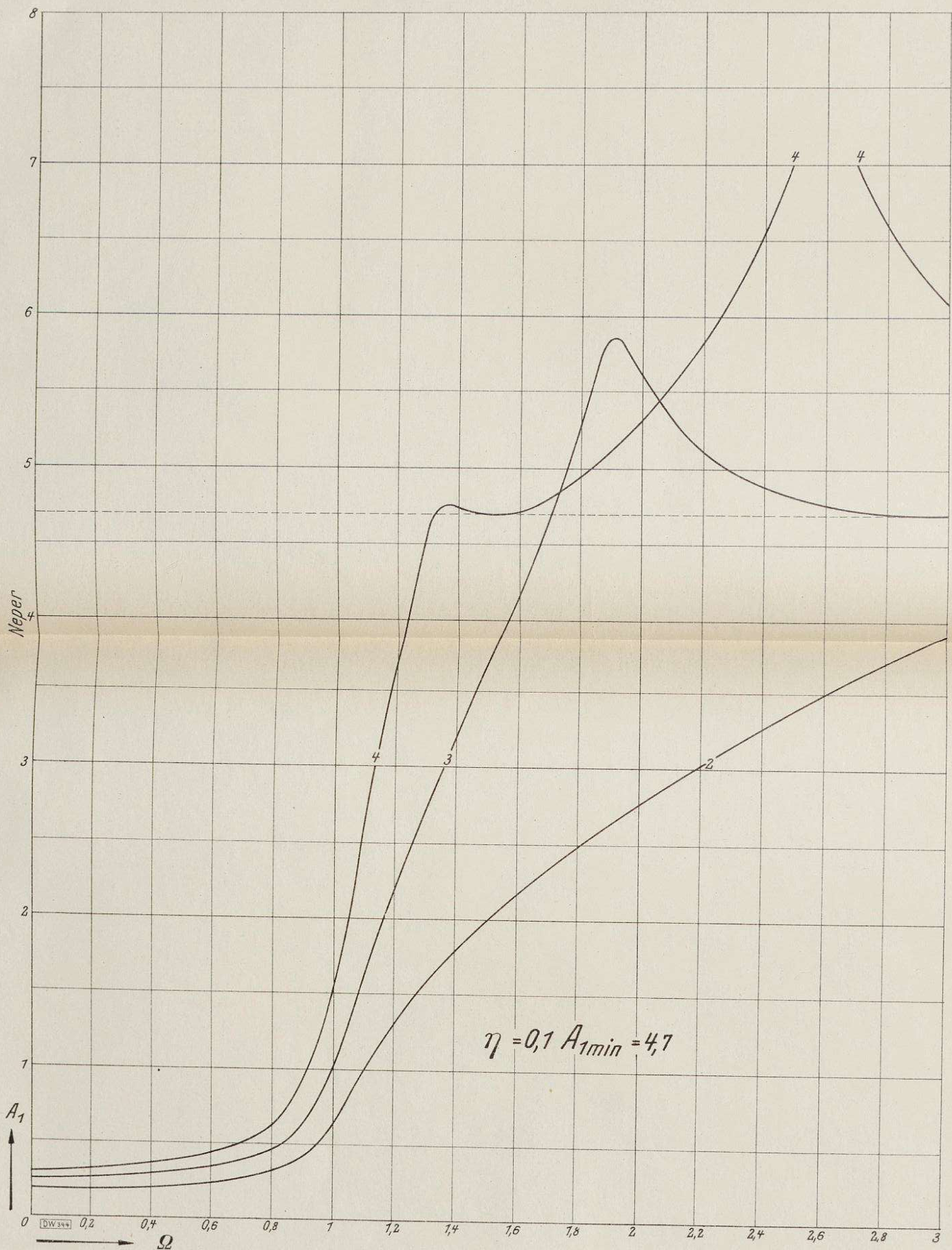

s = 0,018
hierzu gehört A'1 = 4,7
A2
Ω̄
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
III


s = 0,051
hierzu gehört A'1 = 3,7
A2
Ω̄
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
II

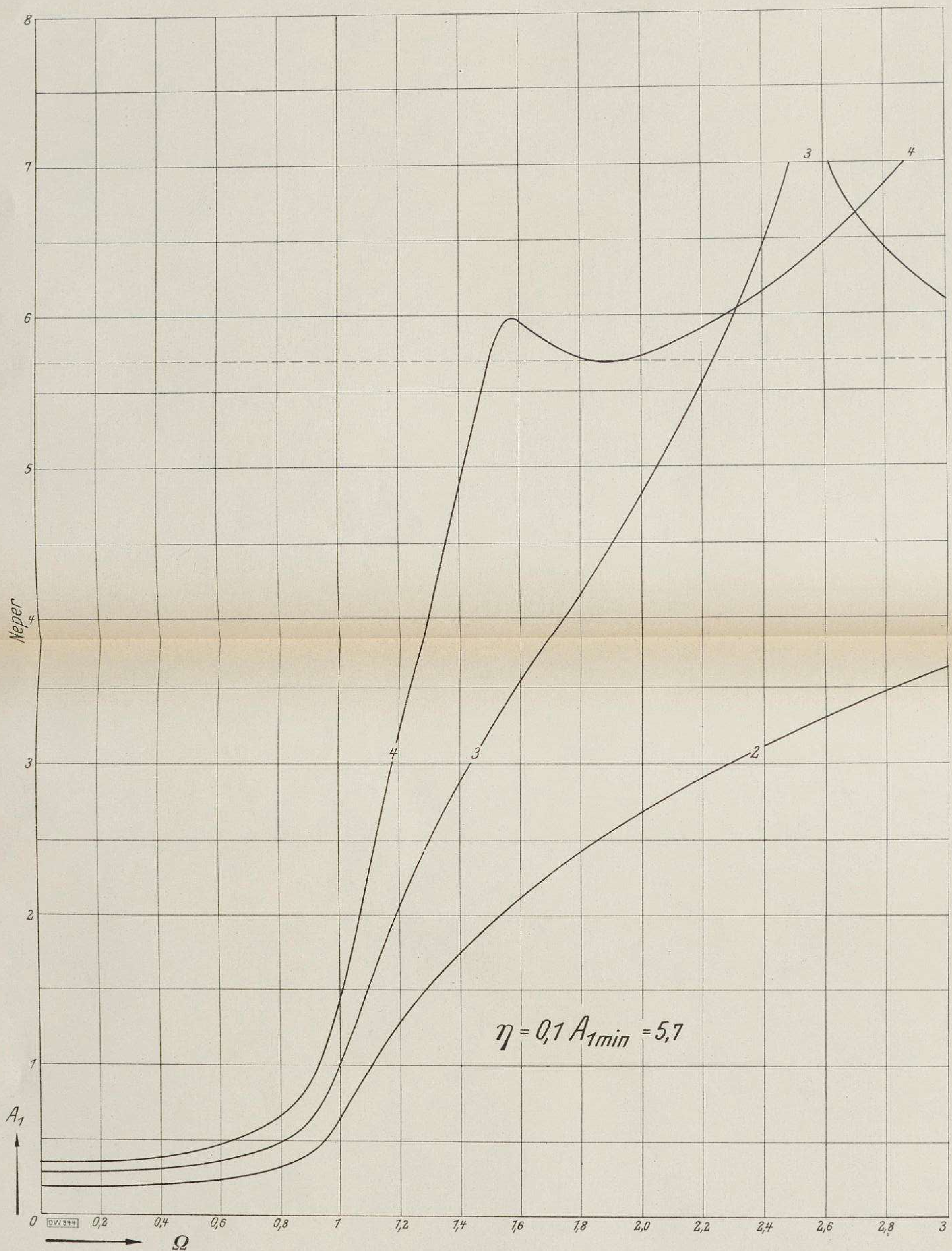

s = 0,144
hierzu gehört A'1 = 2,7
A2
Ω̄
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
I
DW344



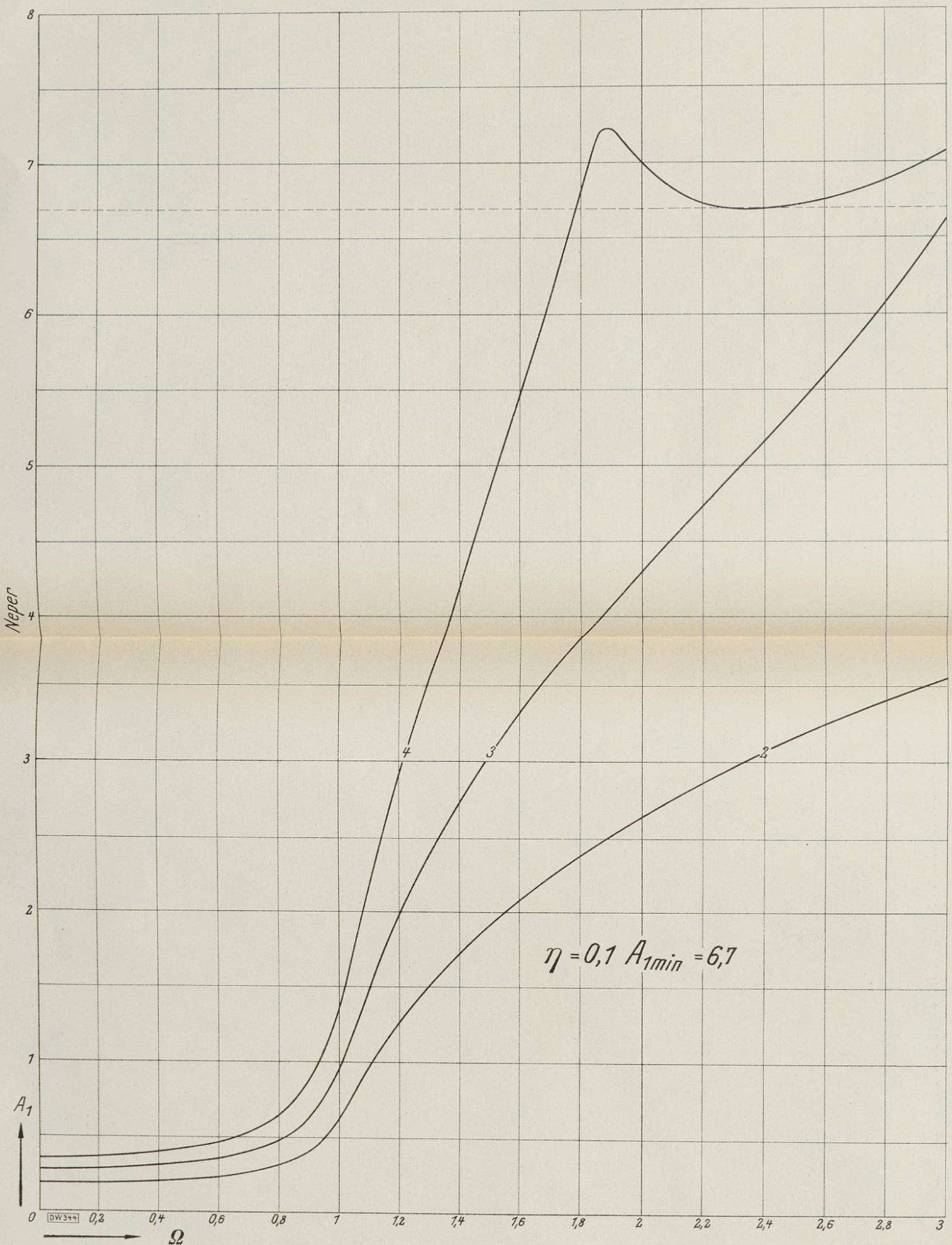
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



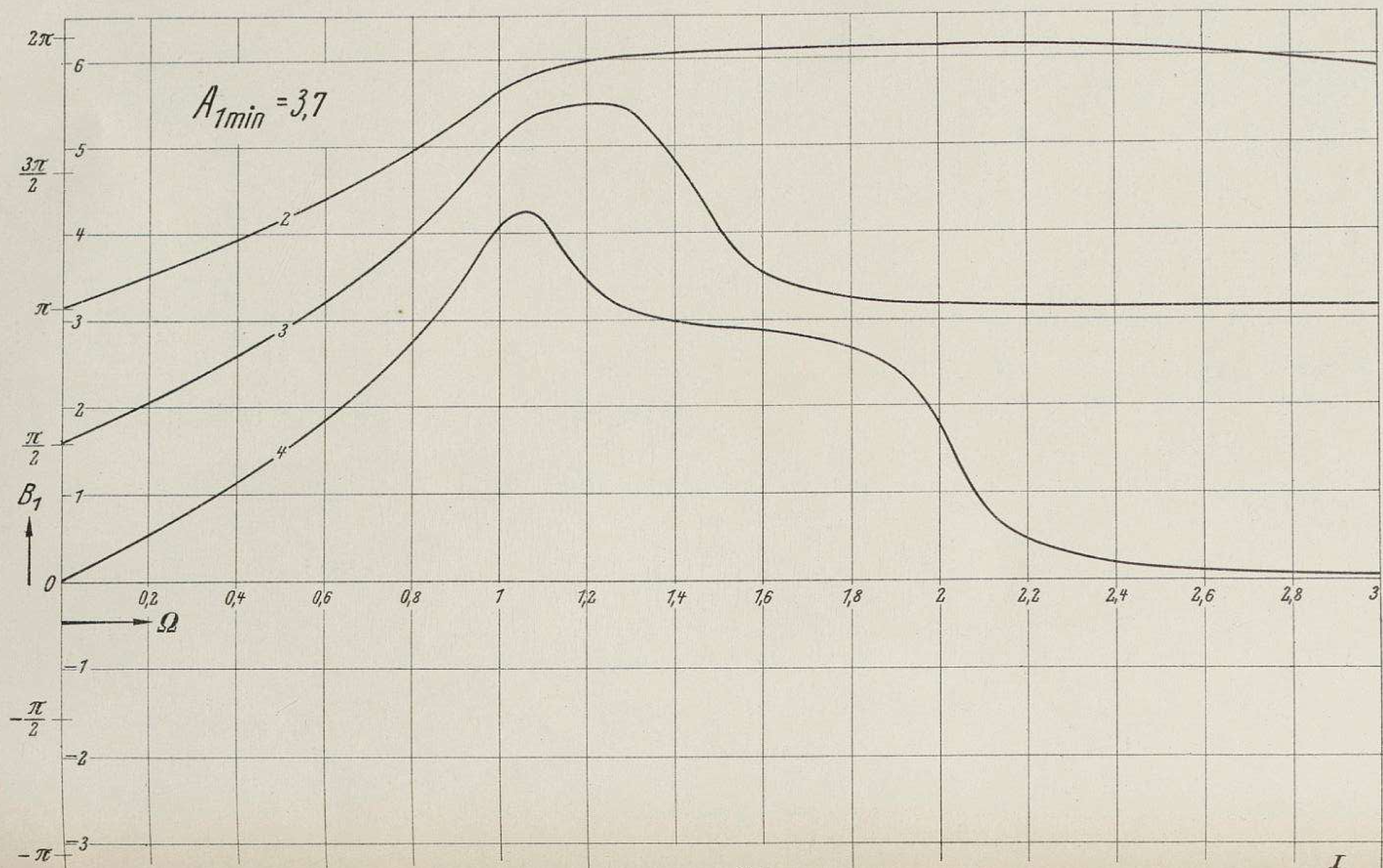
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



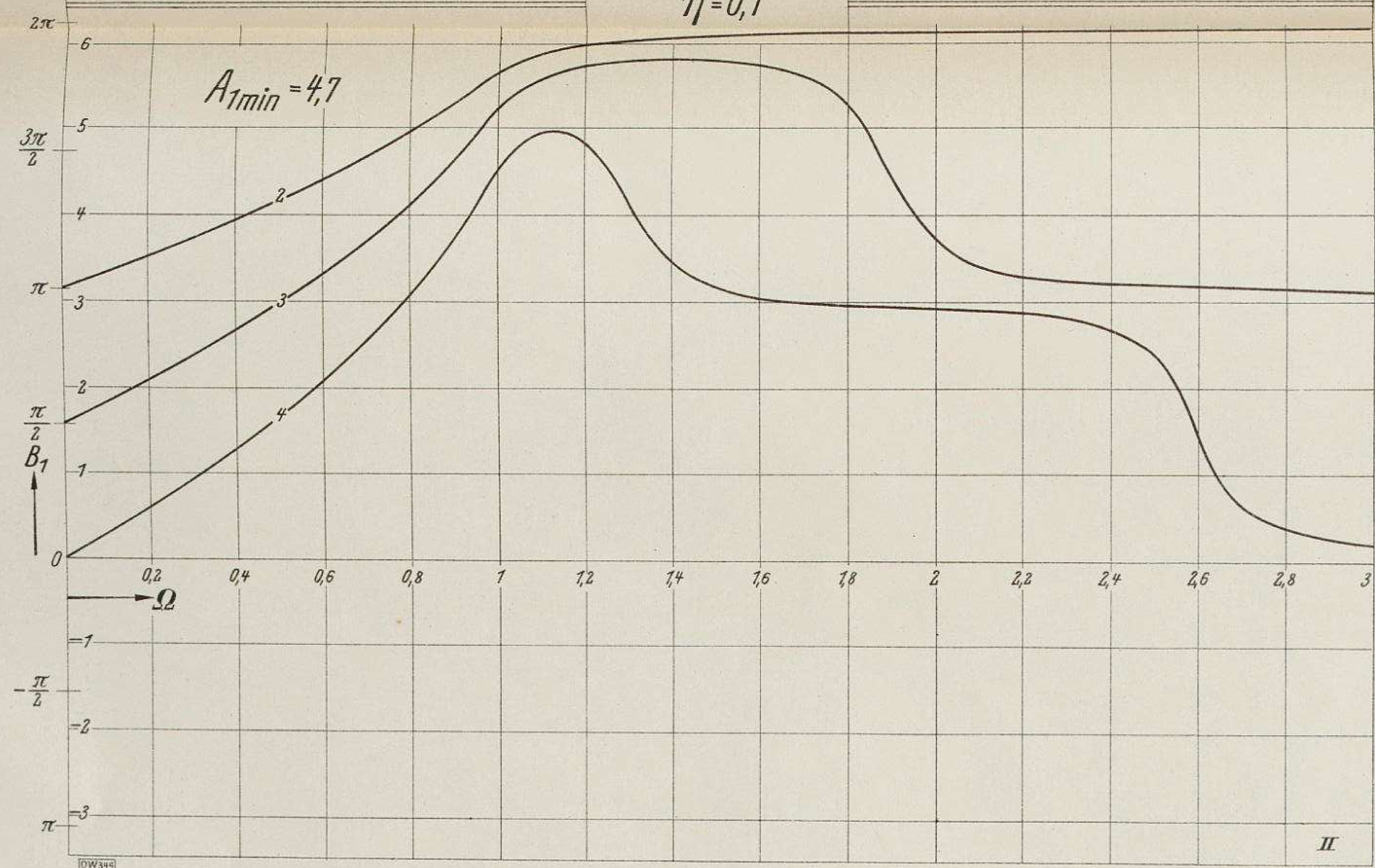
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G.m.b.H., Berlin NW7

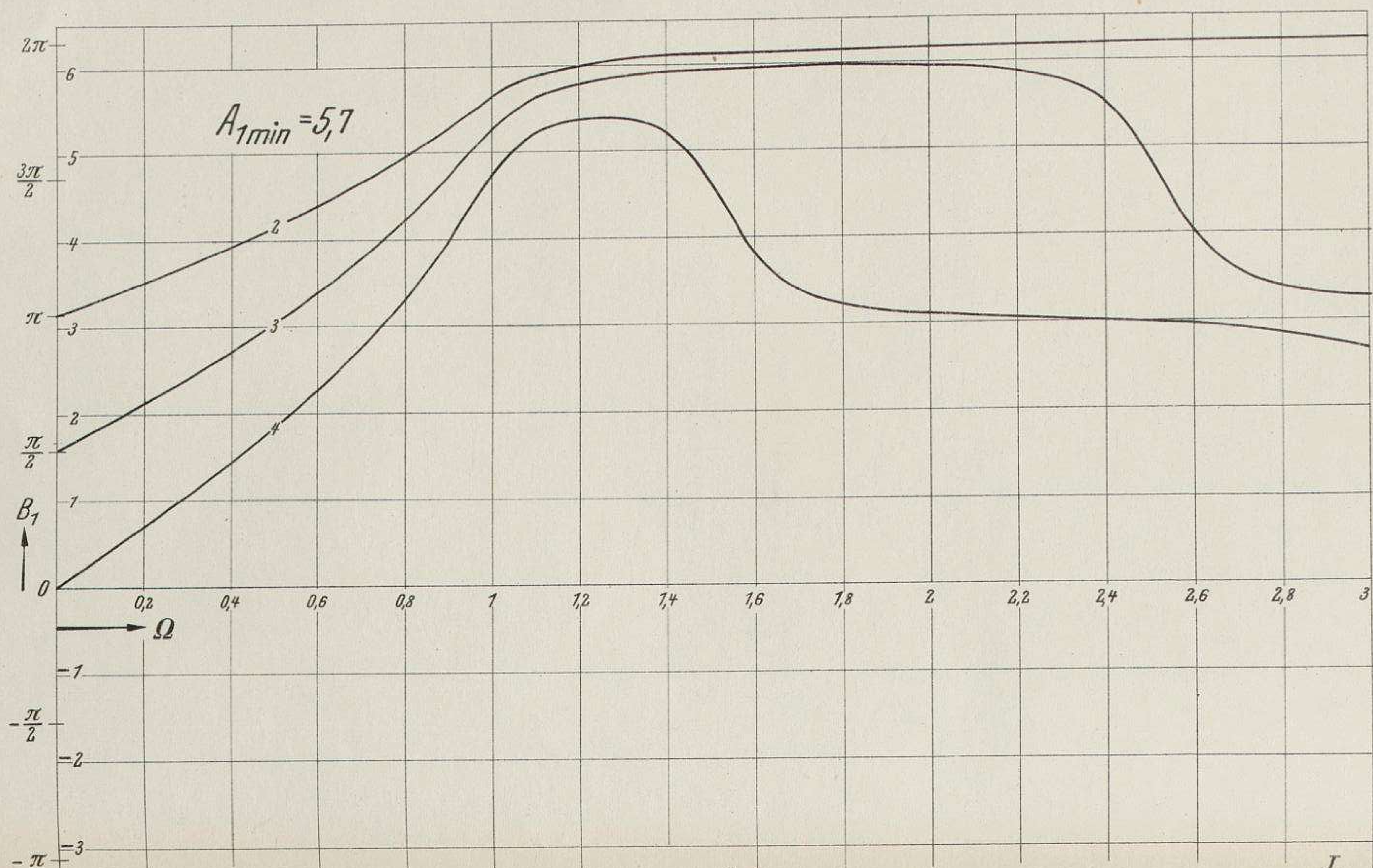


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7


$A_{1min} = 3,7$
2π
$\frac{3\pi}{2}$
π
$\frac{\pi}{2}$
B_1
0
$-\frac{\pi}{2}$
$-\pi$
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
2
3
4
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
Ω
I

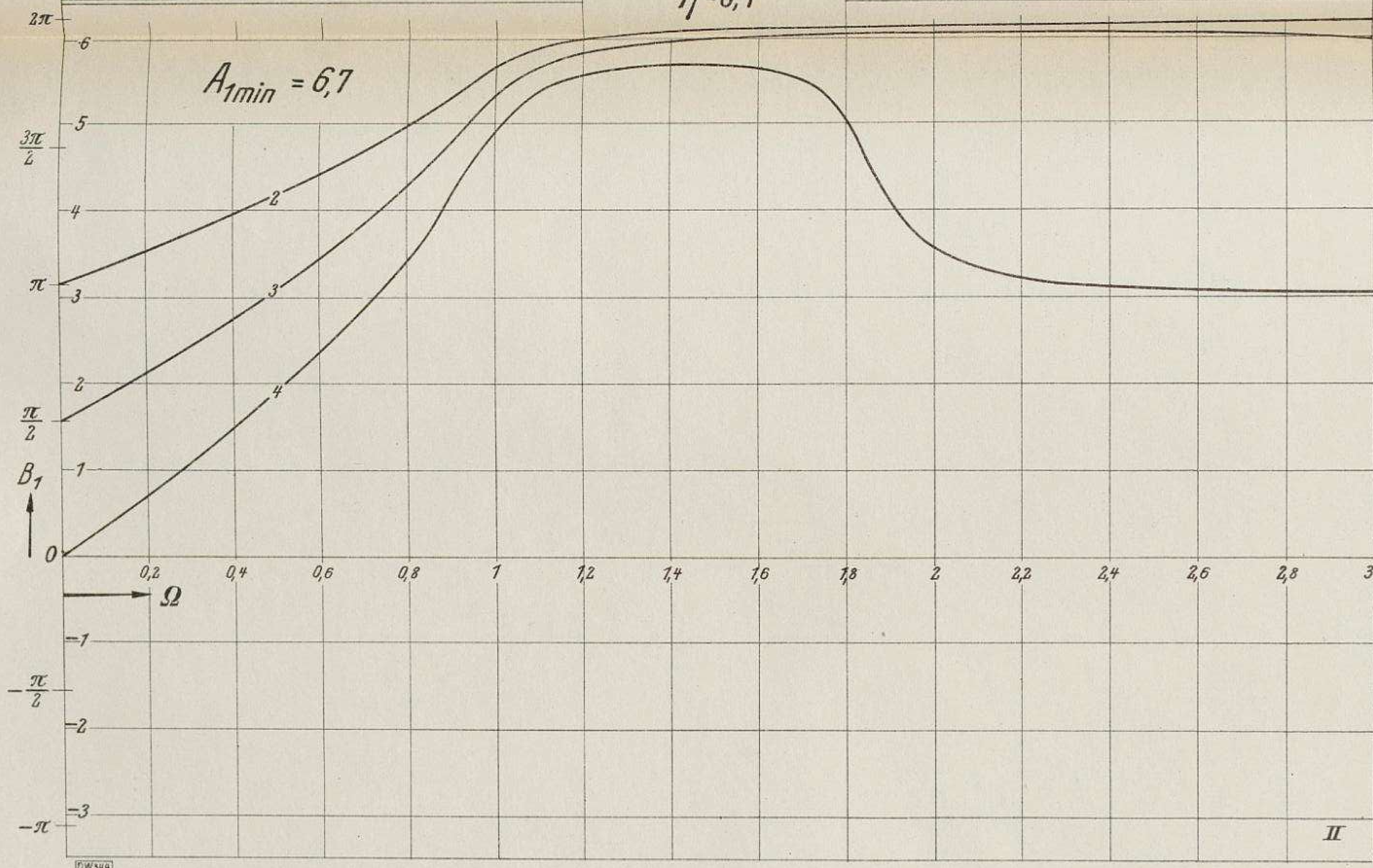
$\eta = 0,1$


$A_{1min} = 4,7$
2π
$\frac{3\pi}{2}$
π
$\frac{\pi}{2}$
B_1
0
$-\frac{\pi}{2}$
π
6
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
2
3
4
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
Ω
II
DW344



$A_{1min} = 5,7$
B_1
Ω
2π
$\frac{3\pi}{2}$
π
$\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$
− π
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
I

$\eta = 0,1$



$A_{1min} = 6,7$
B_1
Ω
2π
$\frac{3\pi}{2}$
π
$\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$
−π
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
II
DW349

$s' = 0{,}051 \quad \eta = 0{,}1 \quad s' = 0{,}018$

I hierzu gehört $A_1 = 3{,}7$

II hierzu gehört $A_1 = 4{,}7$

r'

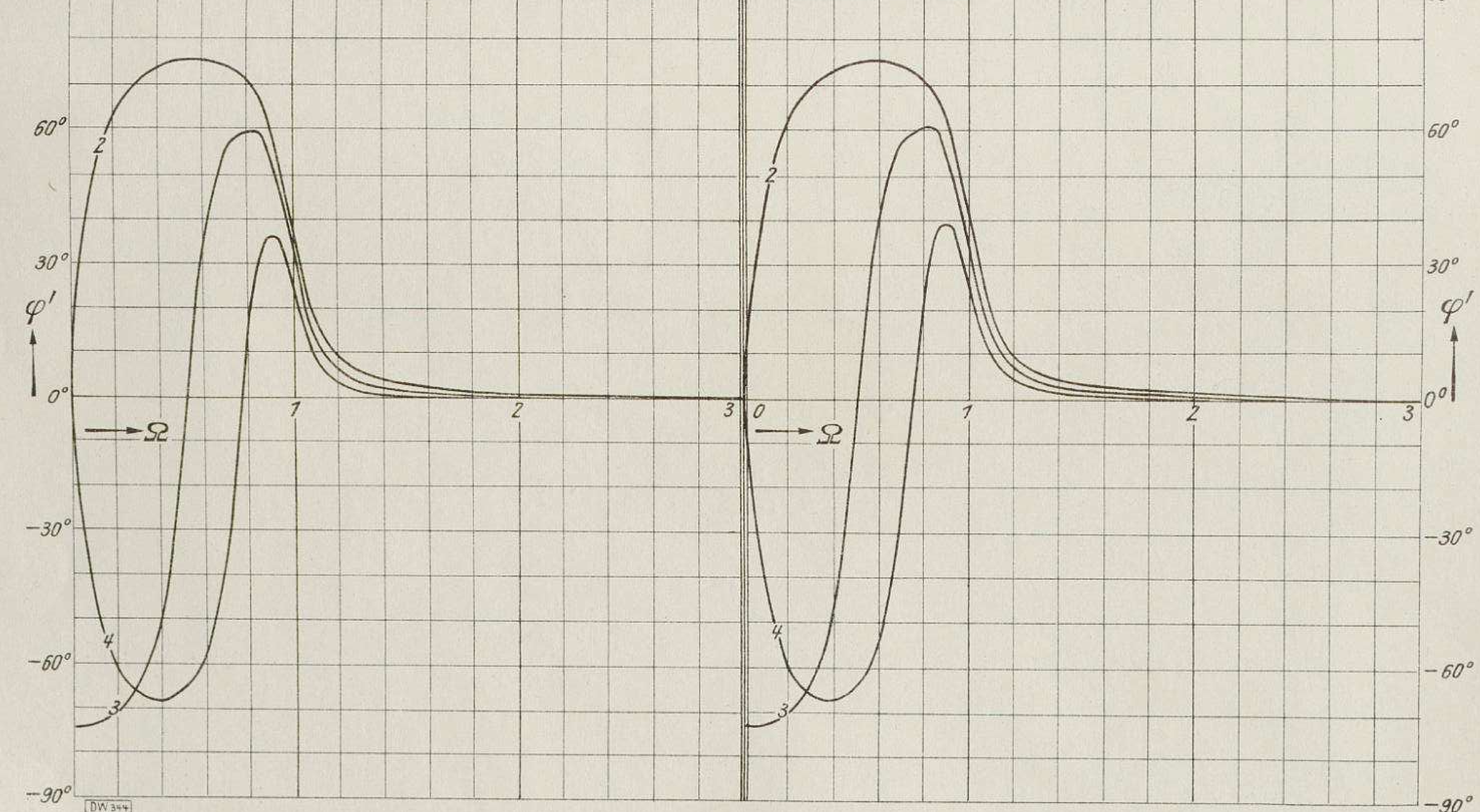
φ'

Ω

log 10 = 100 mm

DW 344

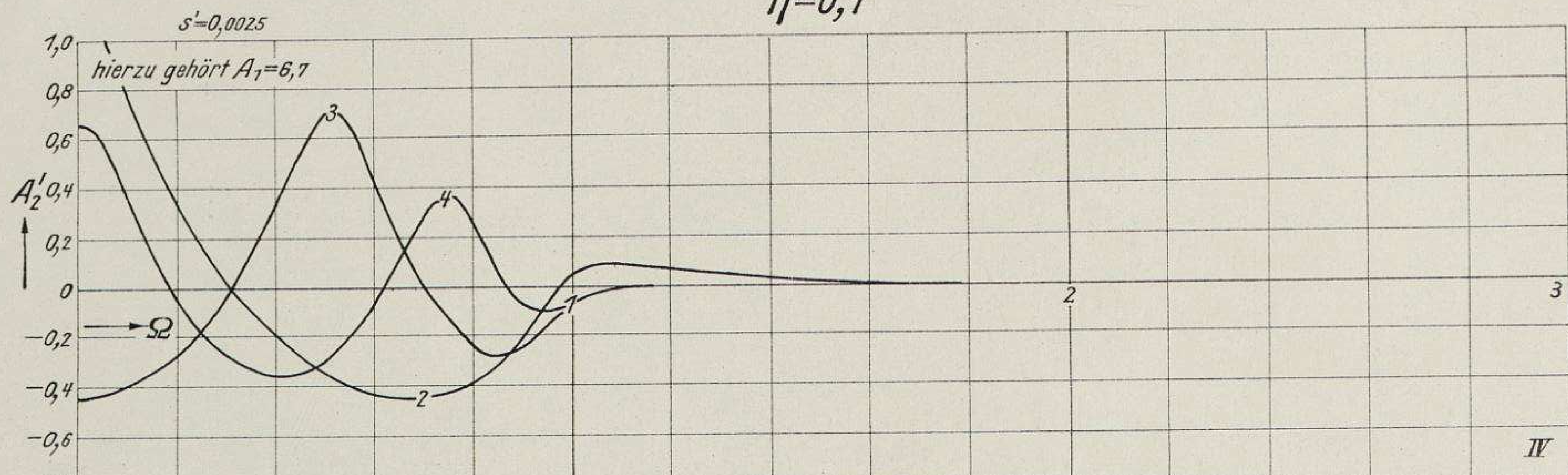
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7


hierzu gehört $A_1 = 5,7$
hierzu gehört $A_1 = 6,7$
r'
φ'
Ω
$s' = 0,0067 \quad \eta = 0,1 \quad s' = 0,0025$
I
II
log 10 = 100 mm
DW 344

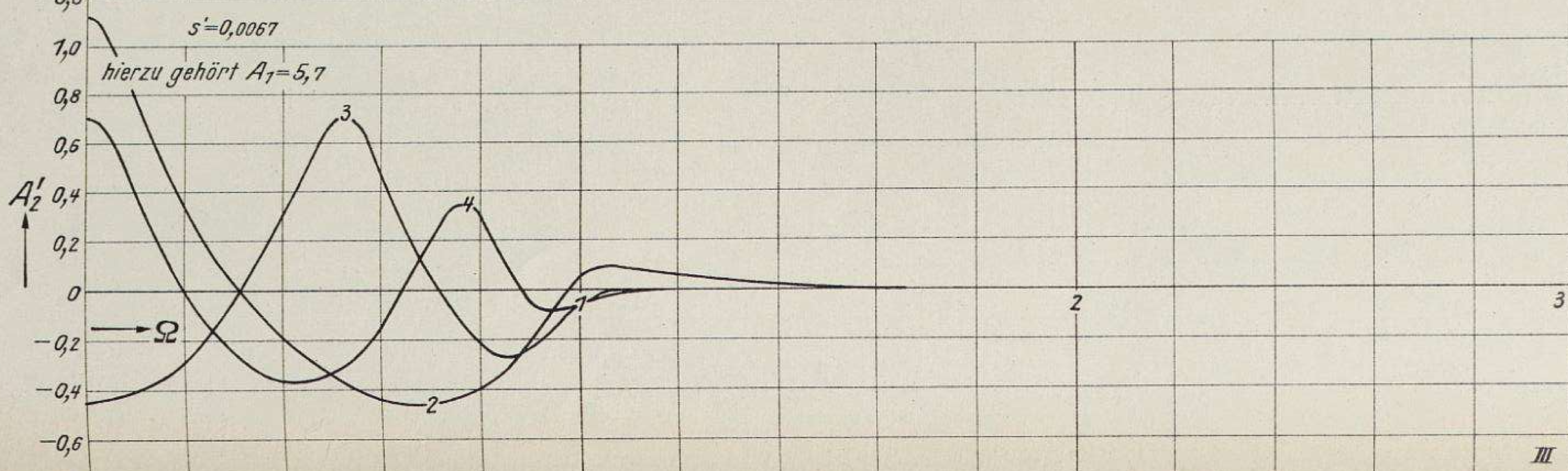

Ungültig
Bücherei der
Luftkriegsakademie
Berlin-Gatow


Bibliothek der
Techn. Hochschule
Berlin

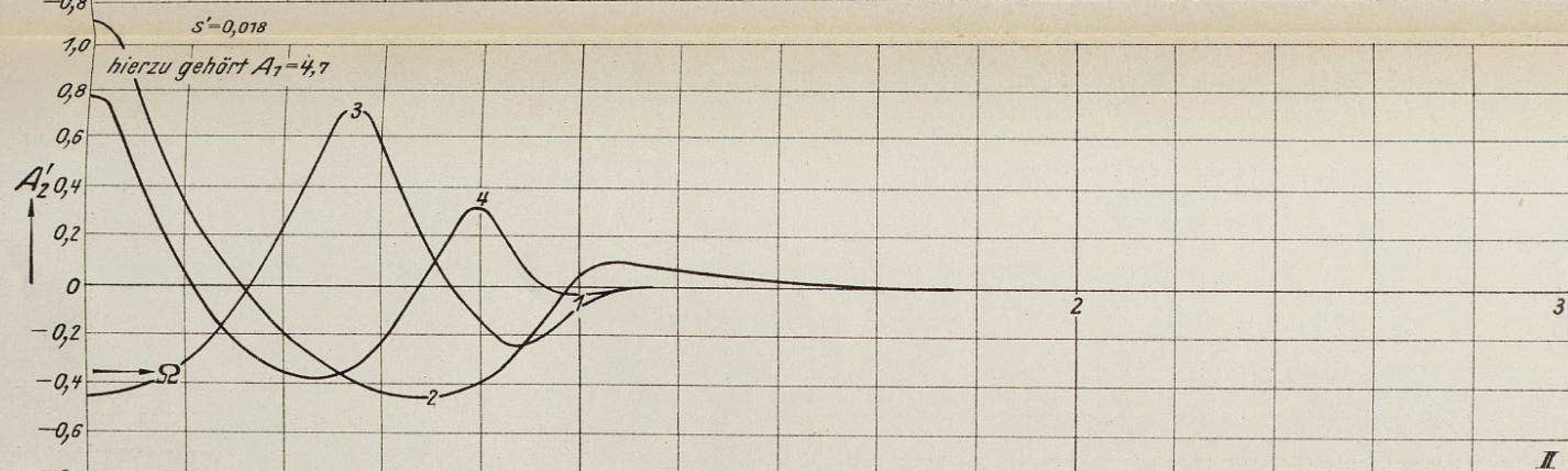
$\eta = 0{,}1$



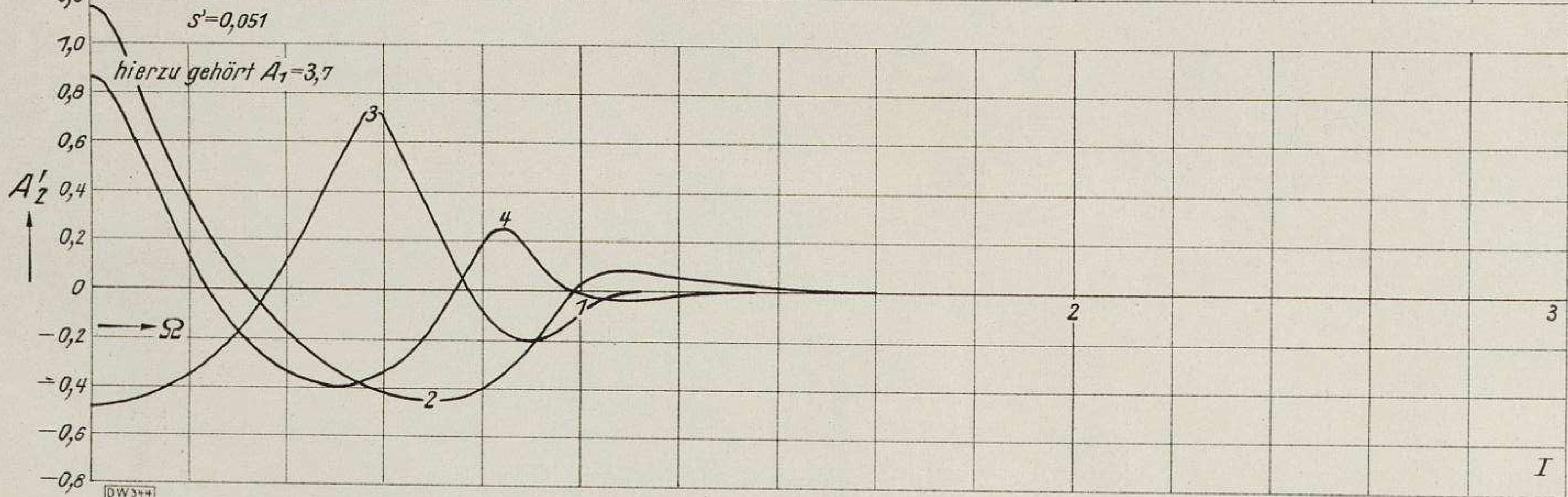
s'=0,0025
hierzu gehört A₁=6,7
A'₂
Ω
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
4
2
3
IV



s'=0,0067
hierzu gehört A₁=5,7
A'₂
Ω
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
4
2
3
III

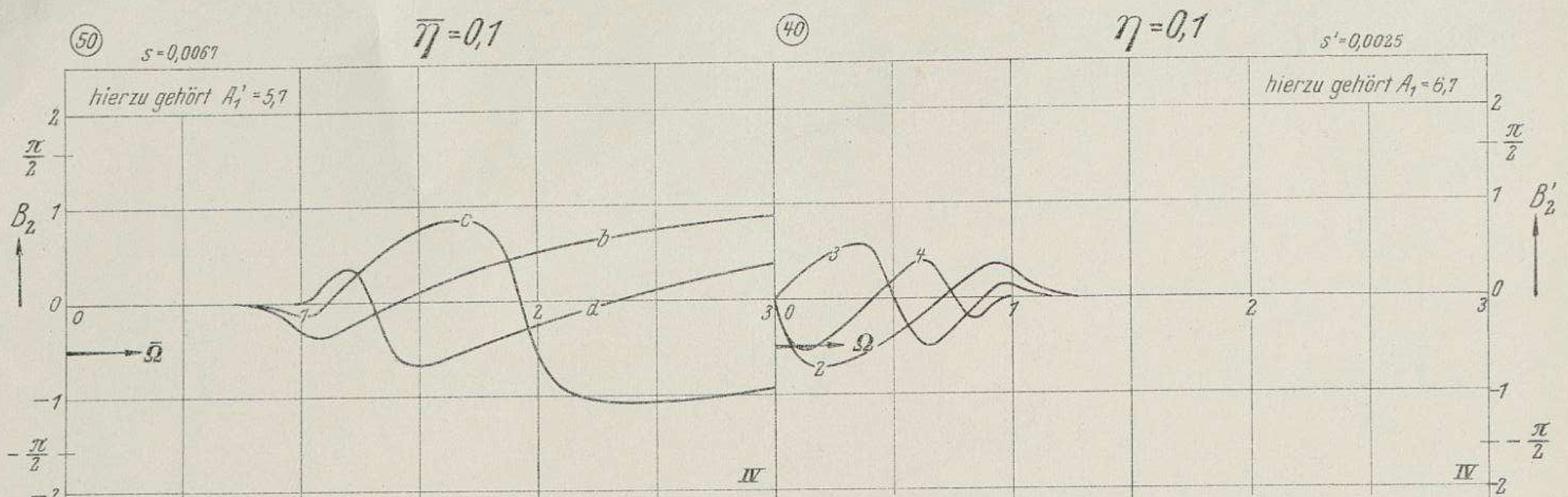


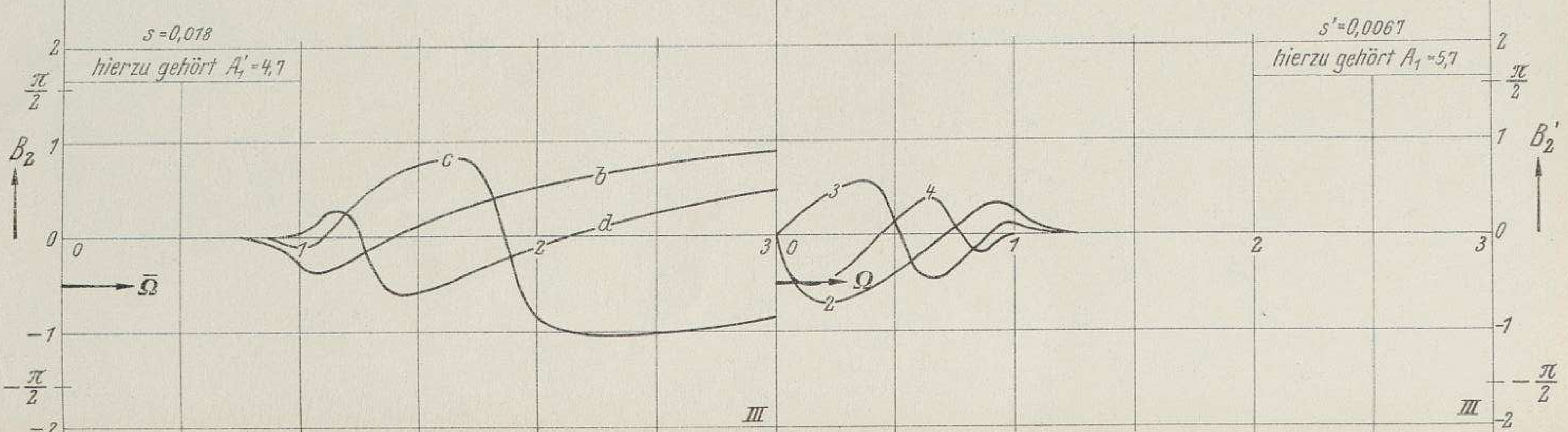
s'=0,018
hierzu gehört A₁=4,7
A'₂
Ω
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
4
2
3
II

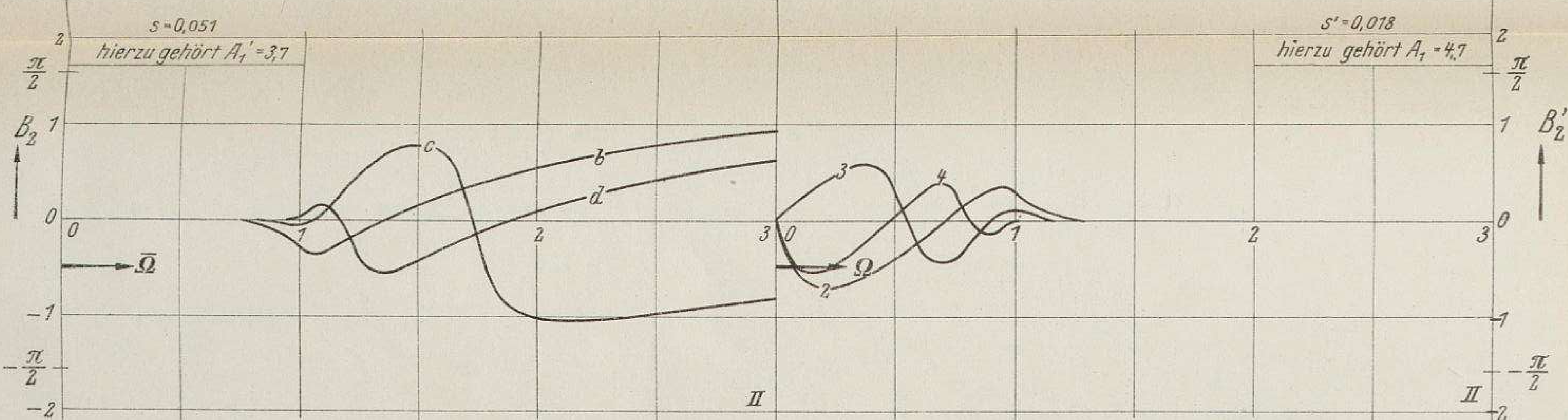


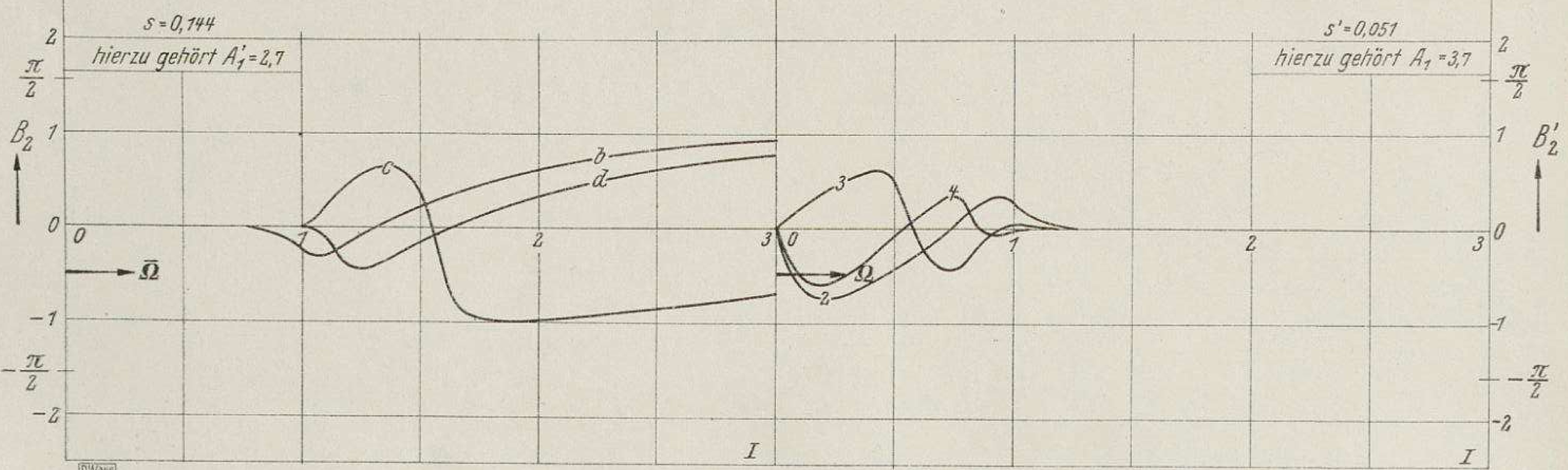
s'=0,051
hierzu gehört A₁=3,7
A'₂
Ω
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
4
2
3
I
DW 344

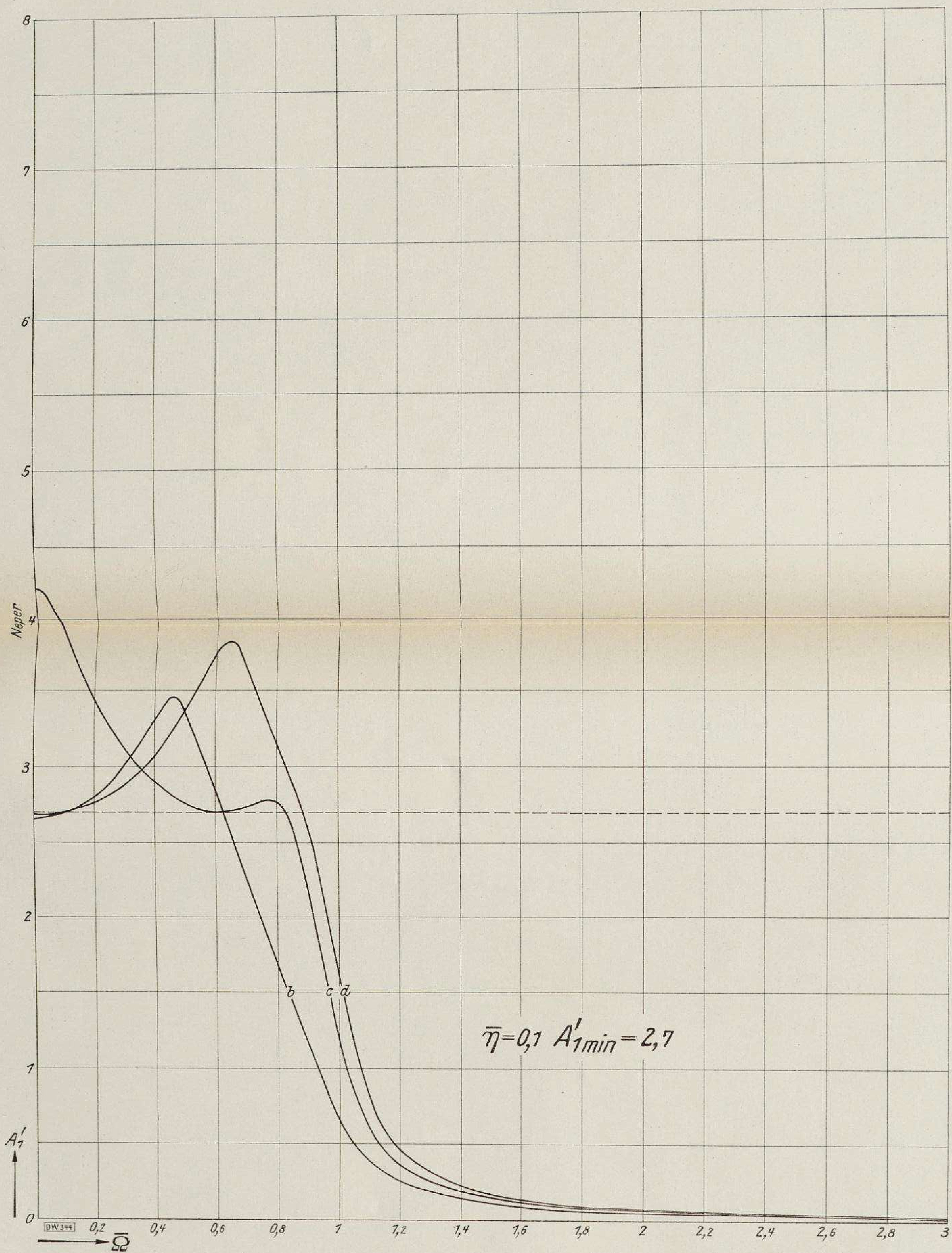
⑤⓪ $\overline{\eta} = 0{,}1$ ④⓪ $\eta = 0{,}1$



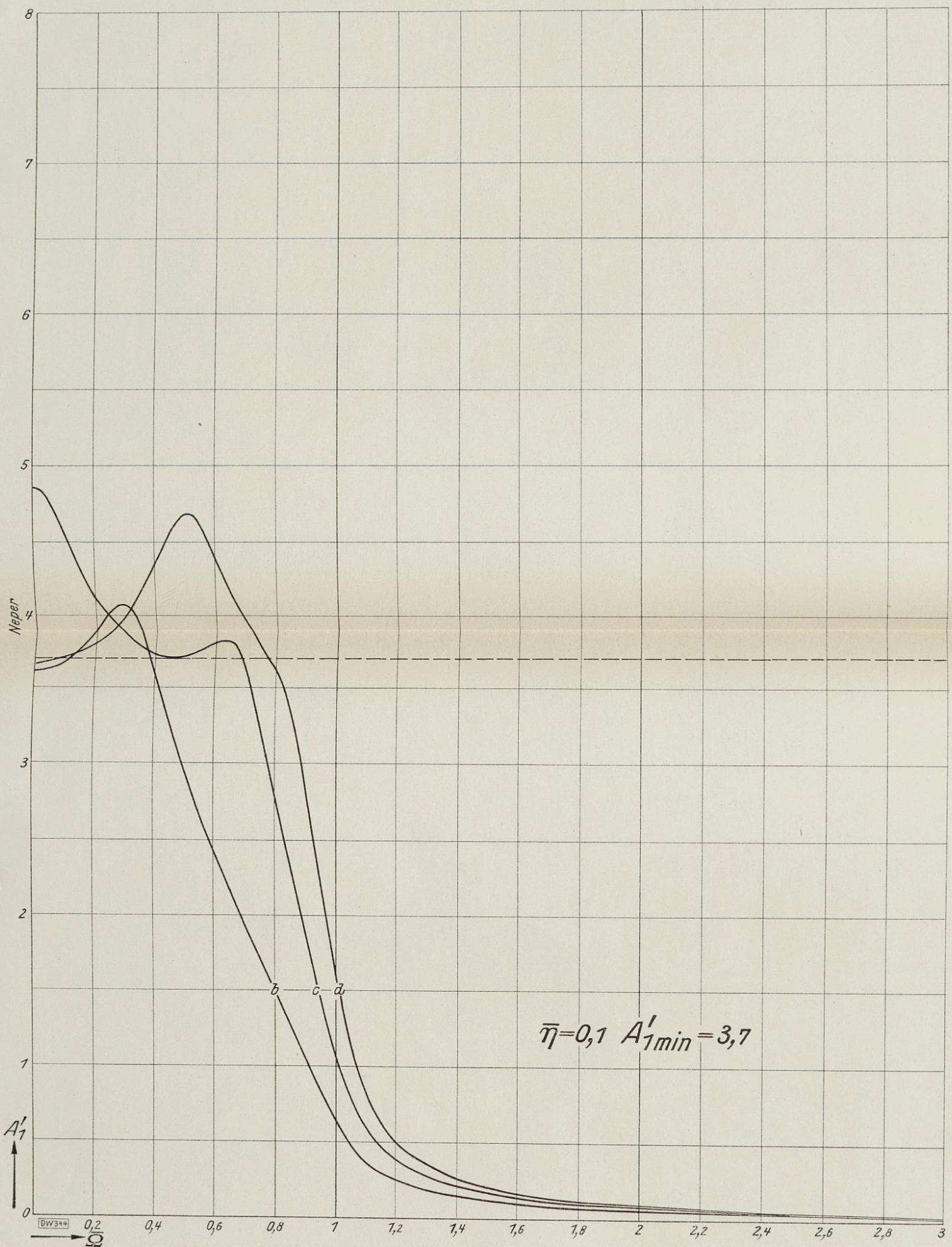




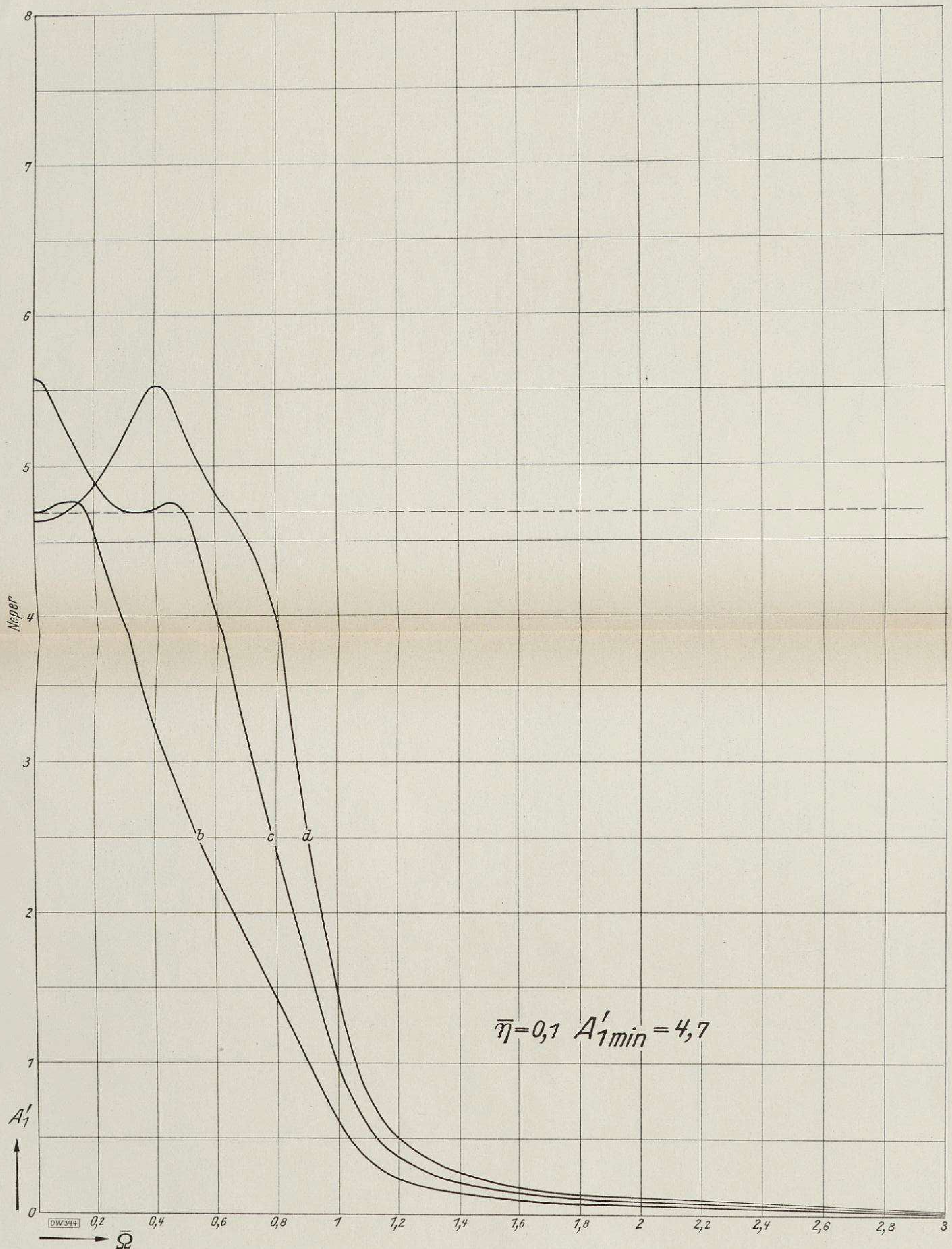


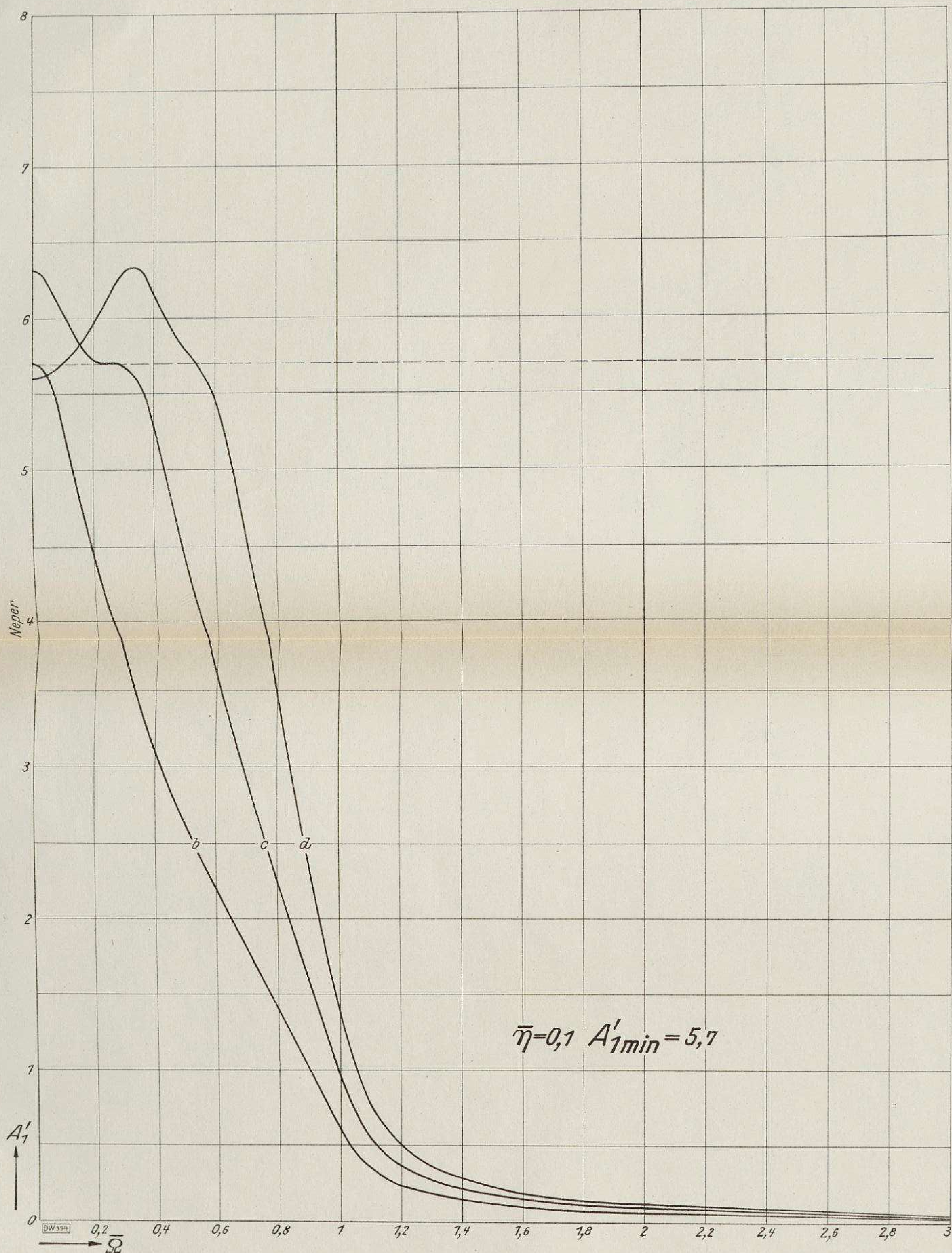


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

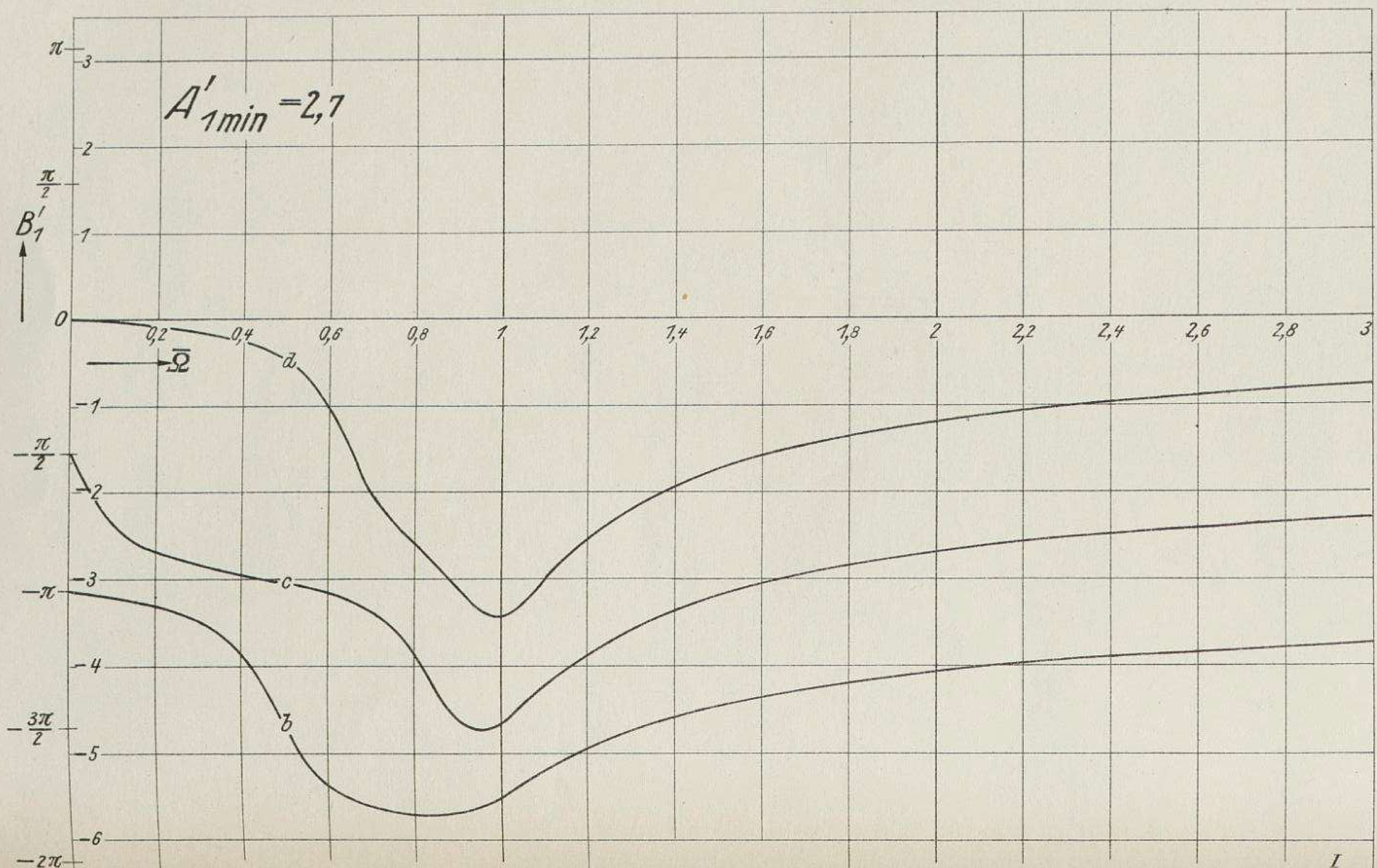


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

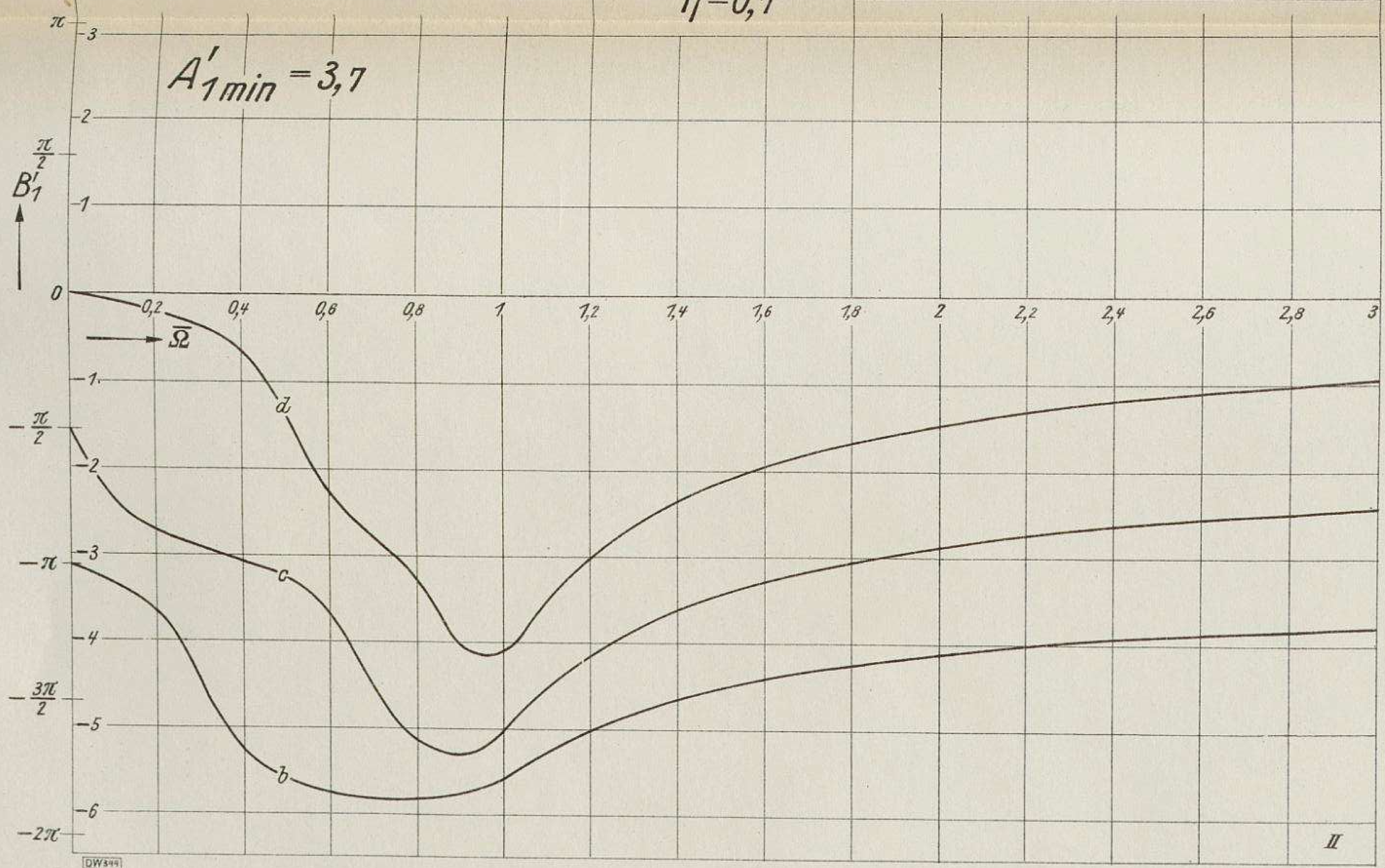

8
7
6
5
4
3
2
1
0
Neper
A'_1
b
c
d
$\overline{\eta}=0,1$ $A'_{1\,min}=4,7$
DW344
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
$\overline{\Omega}$

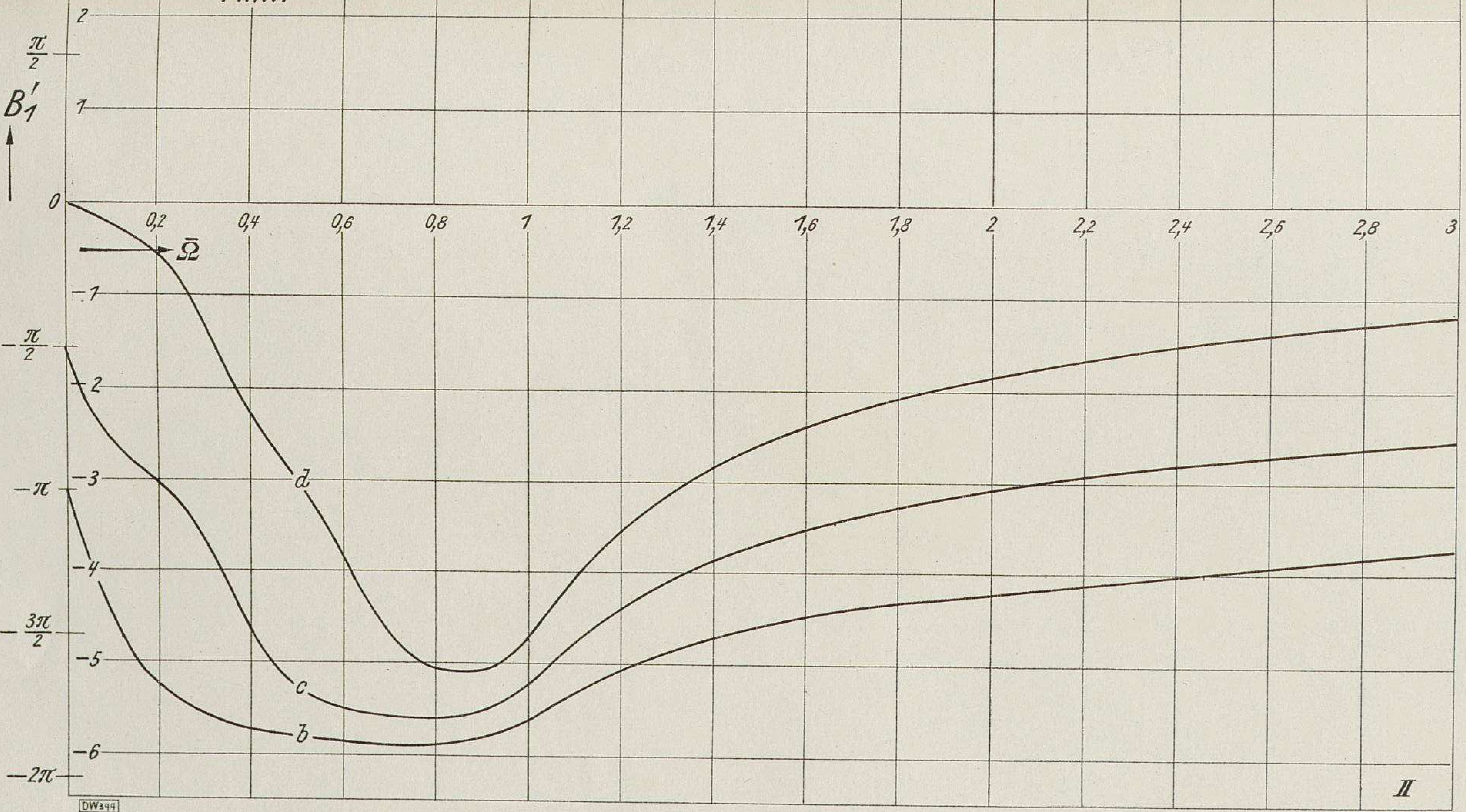


8
7
6
5
Neper
4
3
2
1
A'_1
0
DW394
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
$\overline{\Omega}$
b
c
d
$\overline{\eta}=0{,}1 \quad A'_{1min}=5{,}7$

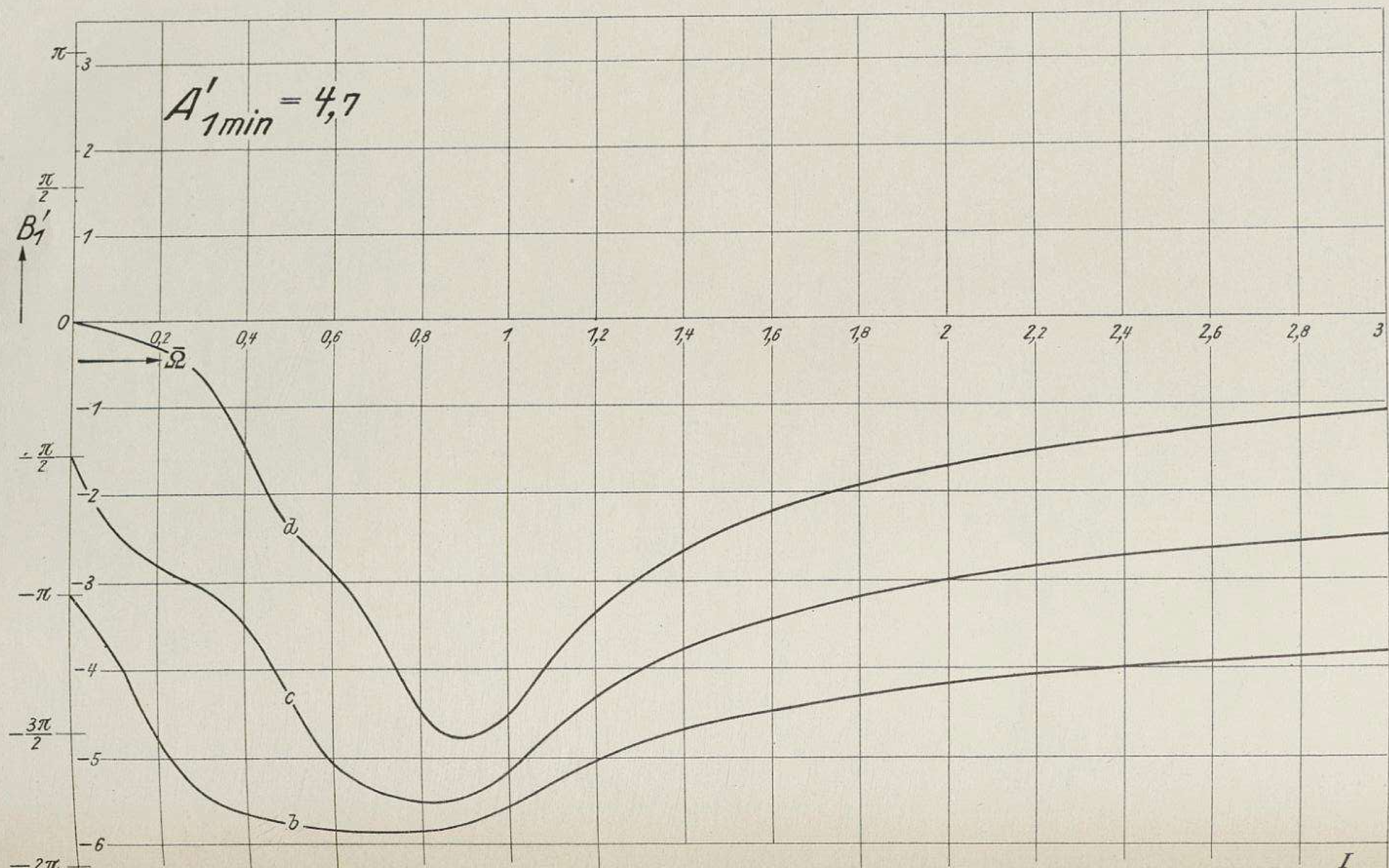


$\overline{\eta} = 0,1$



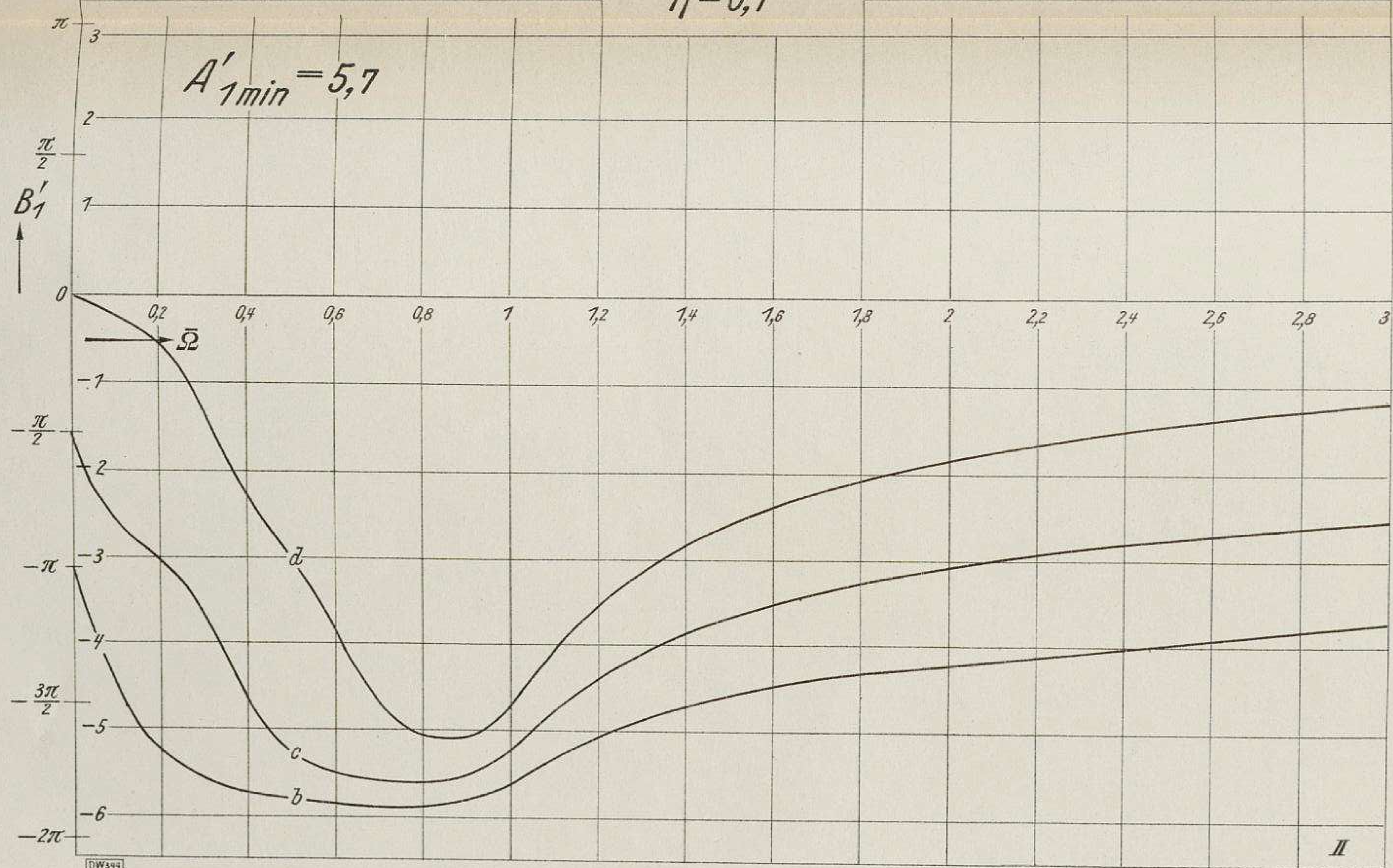


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



$A'_{1min} = 4,7$
B'_1
$\bar{\Omega}$
π
$\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$
−π
$-\frac{3\pi}{2}$
−2π
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
d
c
b
I

$\bar{\eta} = 0,1$



$A'_{1min} = 5,7$
B'_1
$\bar{\Omega}$
π
$\frac{\pi}{2}$
$-\frac{\pi}{2}$
−π
$-\frac{3\pi}{2}$
−2π
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
d
c
b
II
DW344

hierzu gehört $A_1' = 2{,}7$

hierzu gehört $A_1' = -3{,}7$

I

II

$s = 0{,}144 \quad \overline{\eta} = 0{,}1 s = 0{,}051$

log 10 = 100 mm

hierzu gehört $A_1' = 4{,}7$

hierzu gehört $A_1' = 5{,}7$

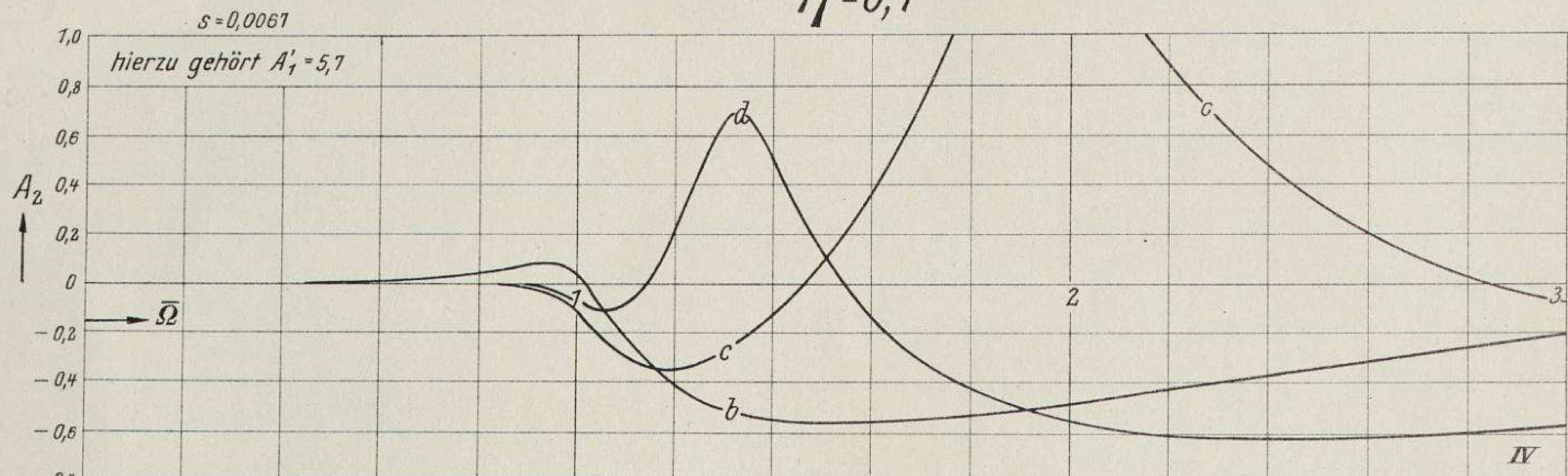
$s = 0{,}018 \quad \overline{\eta} = 0{,}1 \quad s = 0{,}0067$

I

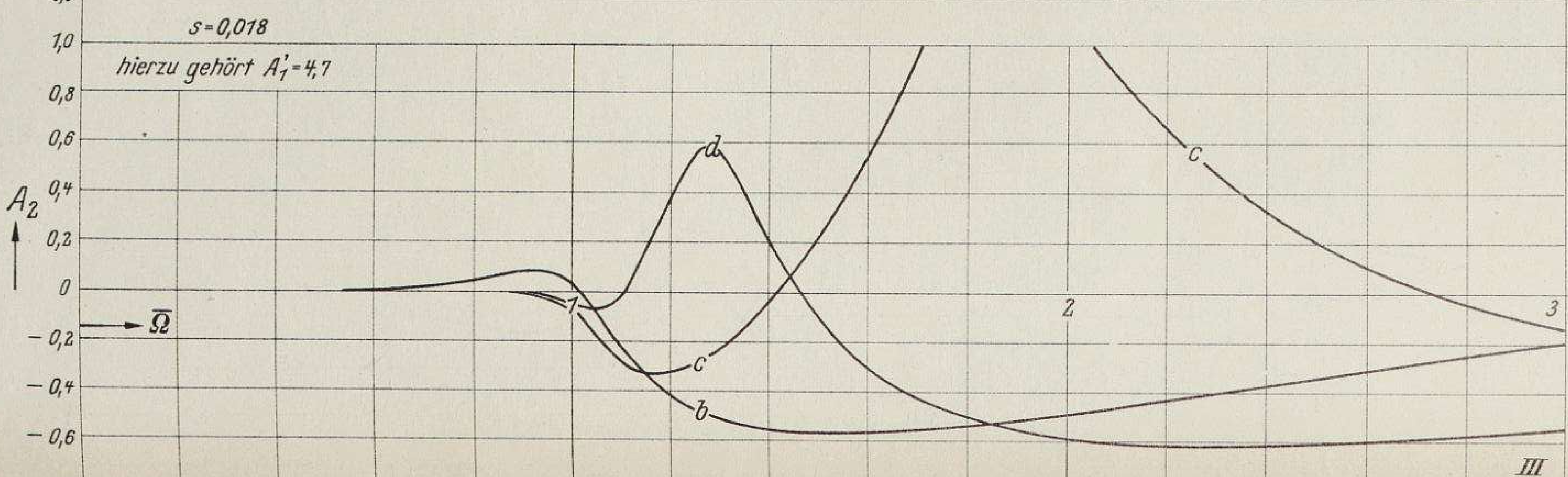
II

log 10 = 100 mm

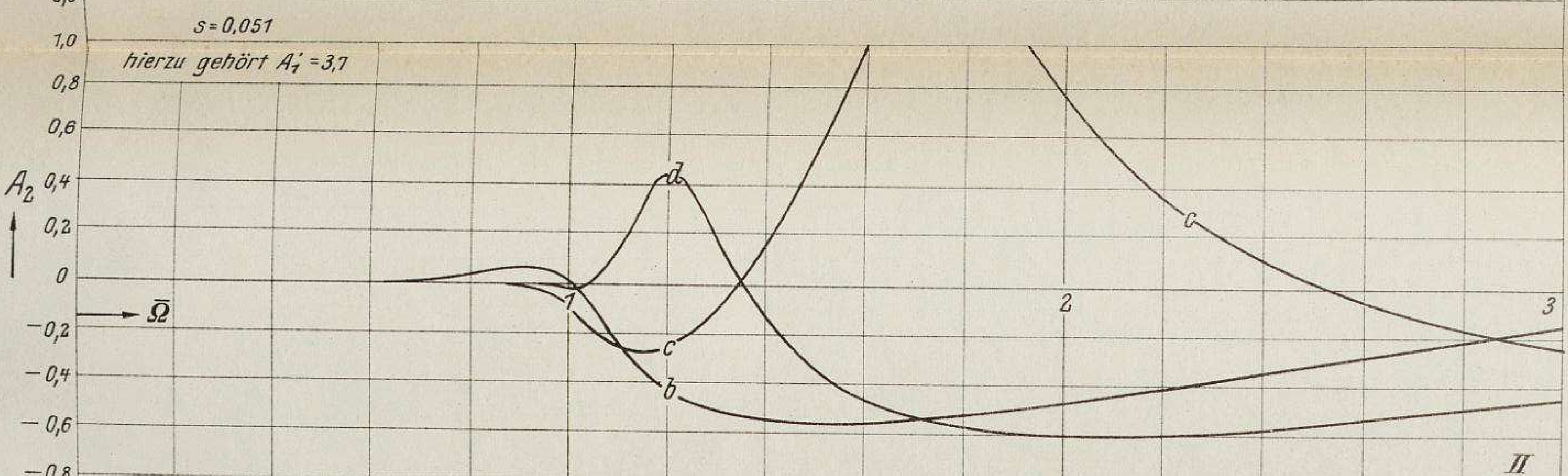
$\bar{\eta} = 0,1$



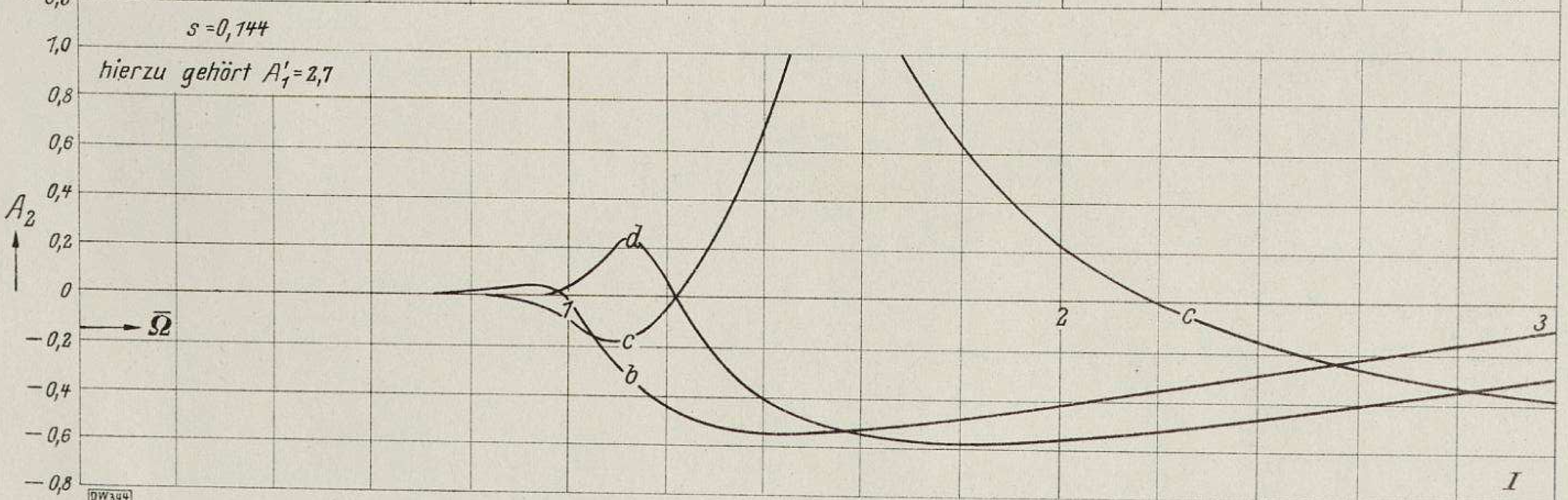
s = 0,0061
hierzu gehört $A_1' = 5,7$
A_2
$\bar{\Omega}$
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
IV



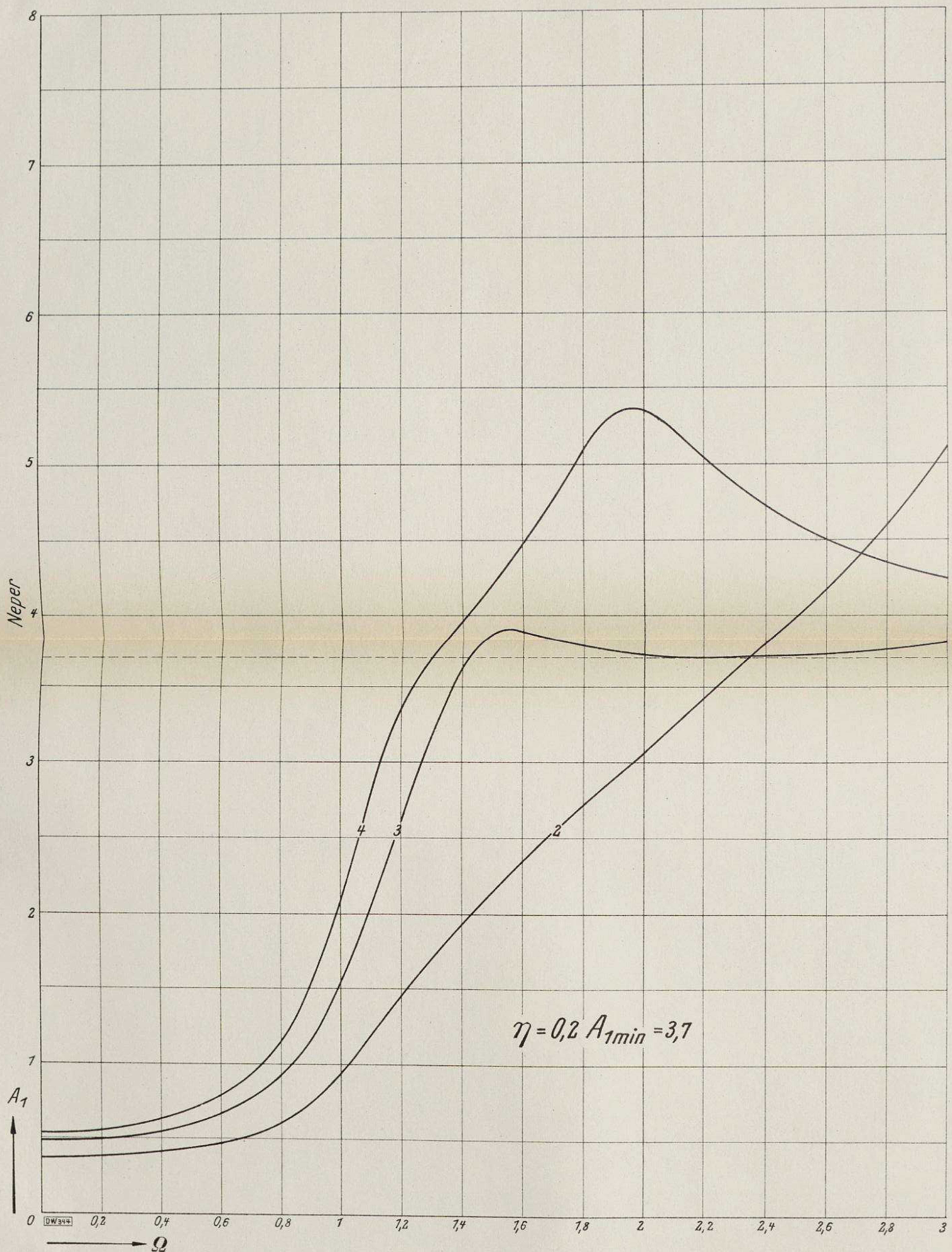
s = 0,018
hierzu gehört $A_1' = 4,7$
A_2
$\bar{\Omega}$
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
III

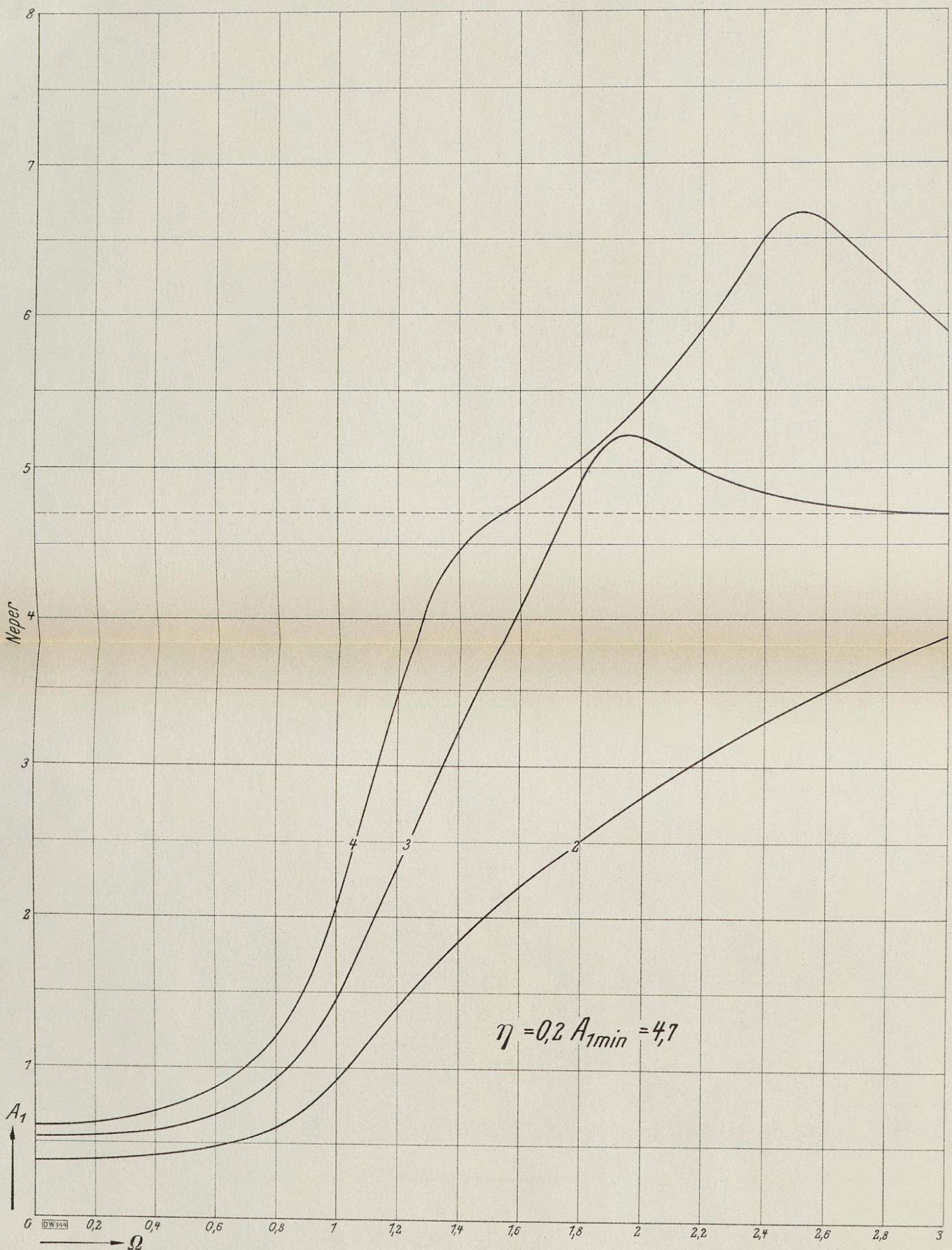


s = 0,051
hierzu gehört $A_1' = 3,7$
A_2
$\bar{\Omega}$
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
II

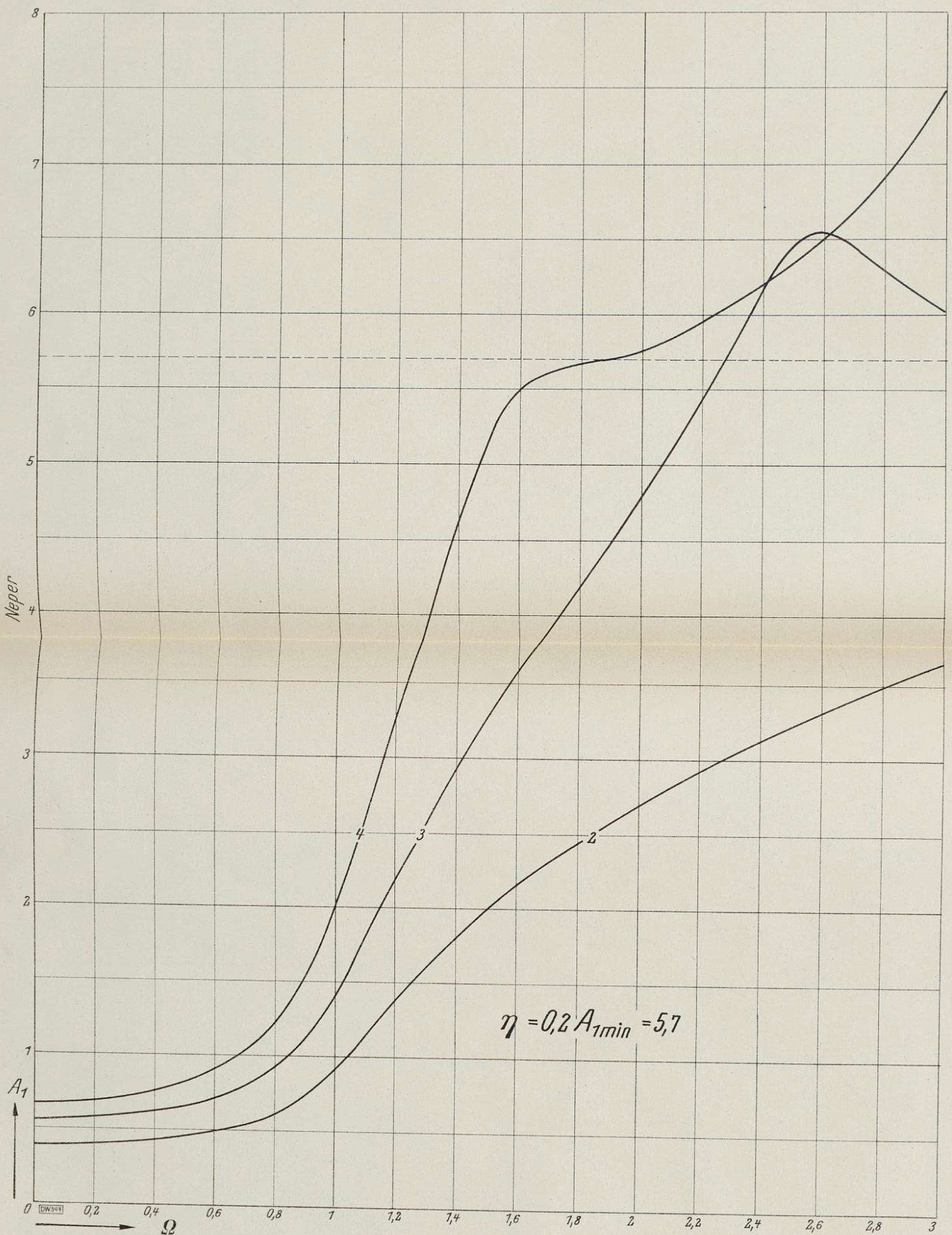


s = 0,144
hierzu gehört $A_1' = 2,7$
A_2
$\bar{\Omega}$
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
−0,2
−0,4
−0,6
−0,8
1
2
3
b
c
d
I
DW344

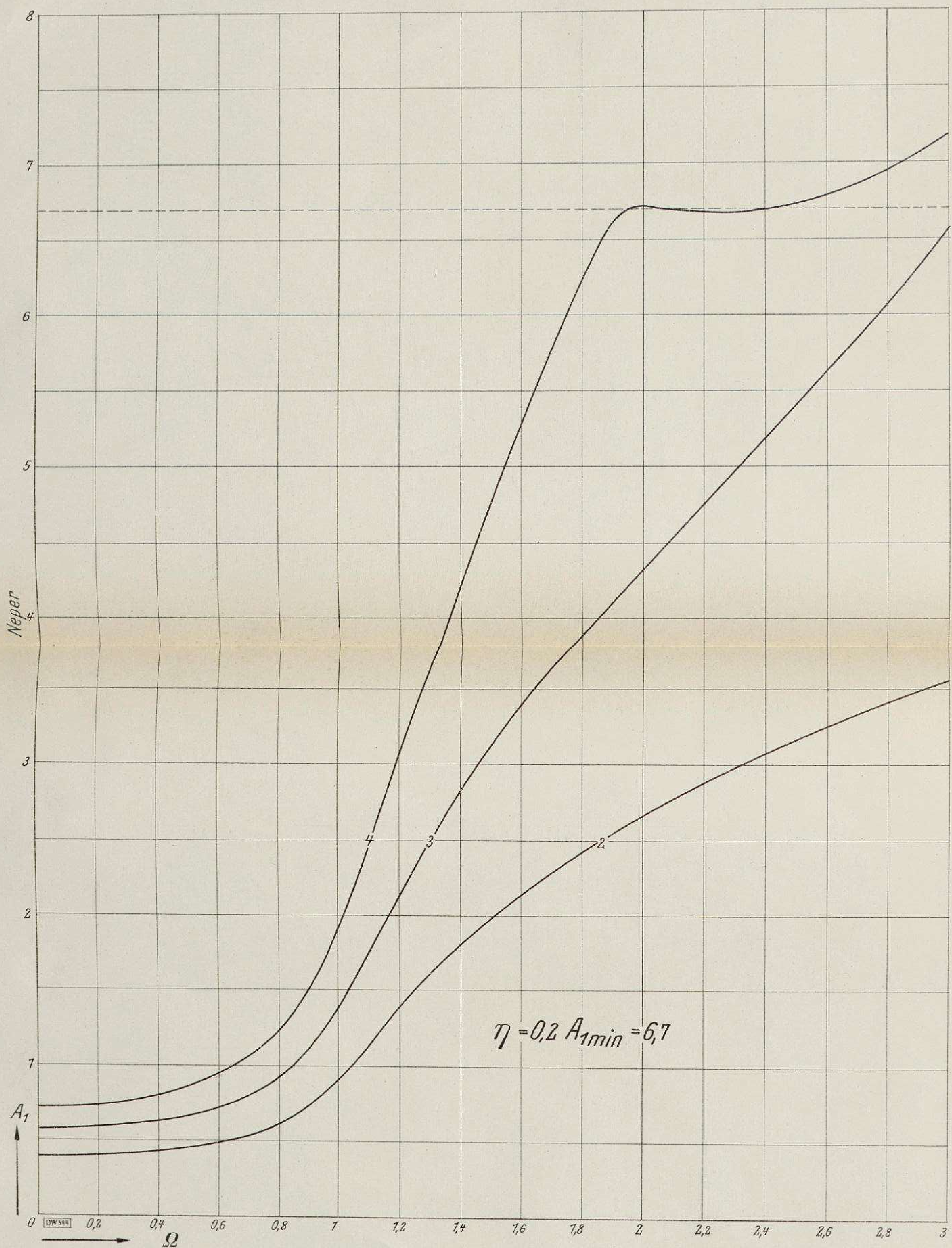

8
7
6
5
4
3
2
1
0
Neper
A_1
DW344
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
Ω
4
3
2
$\eta = 0{,}2 \; A_{1min} = 3{,}7$



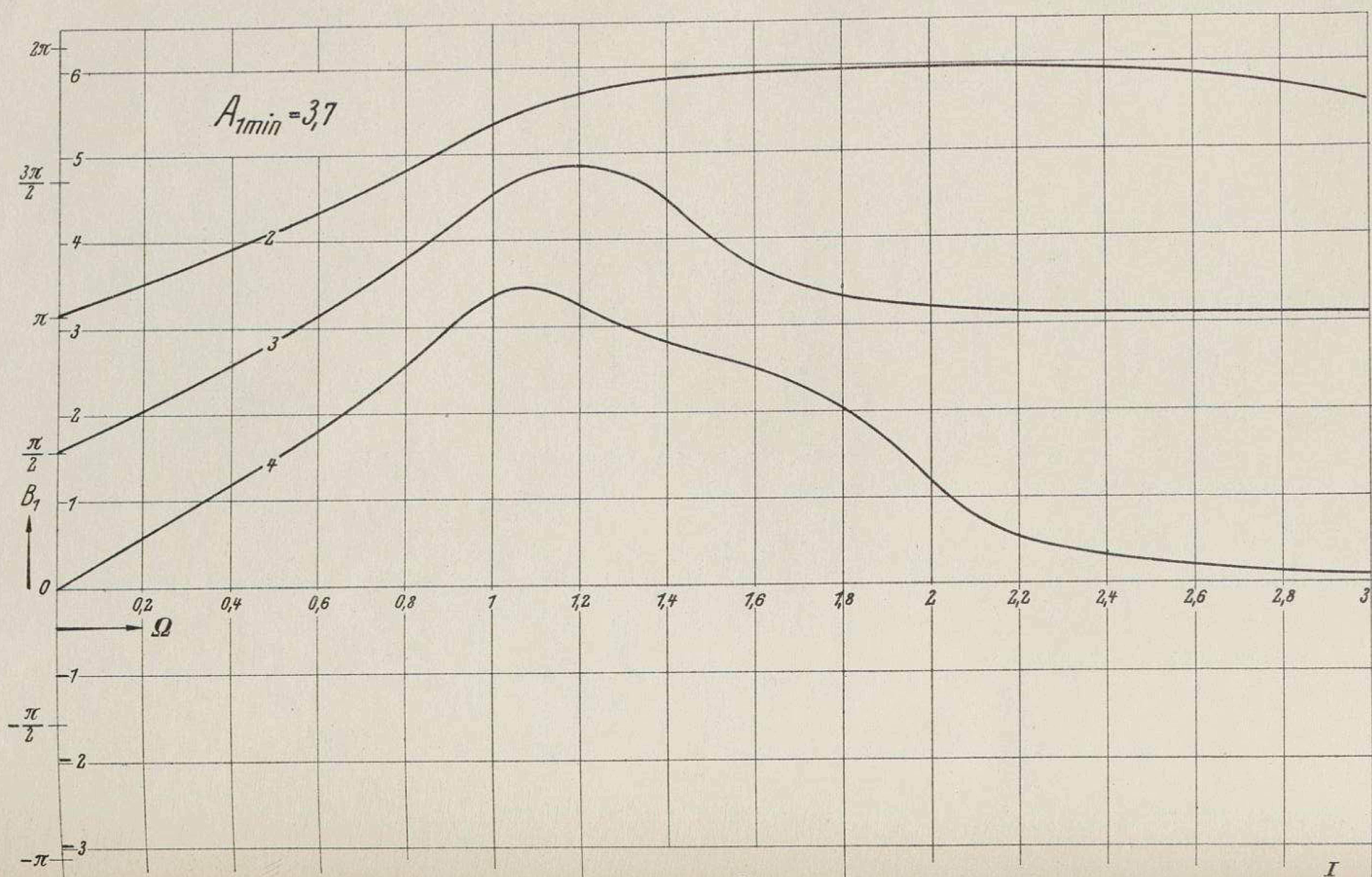
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



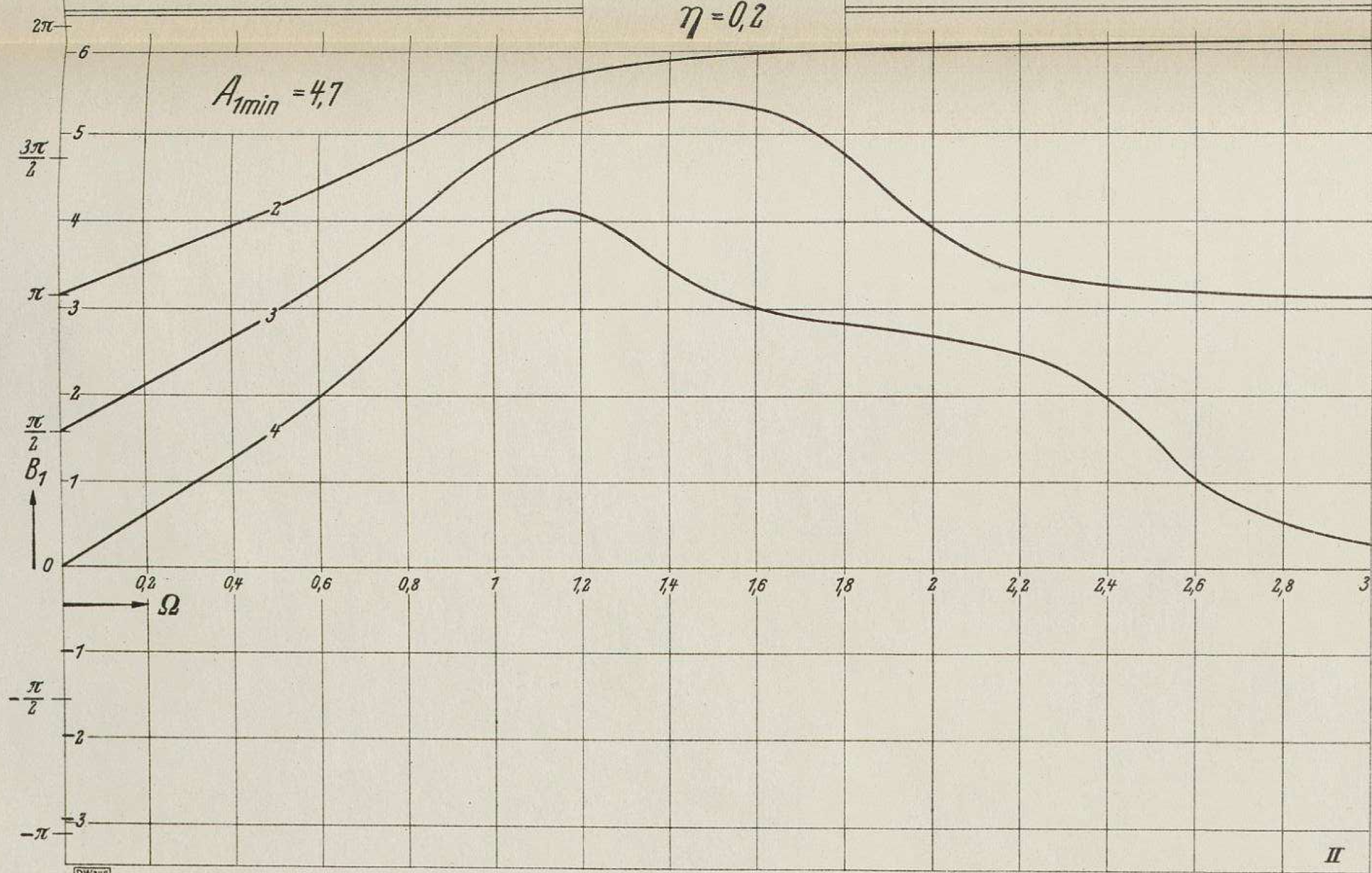
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

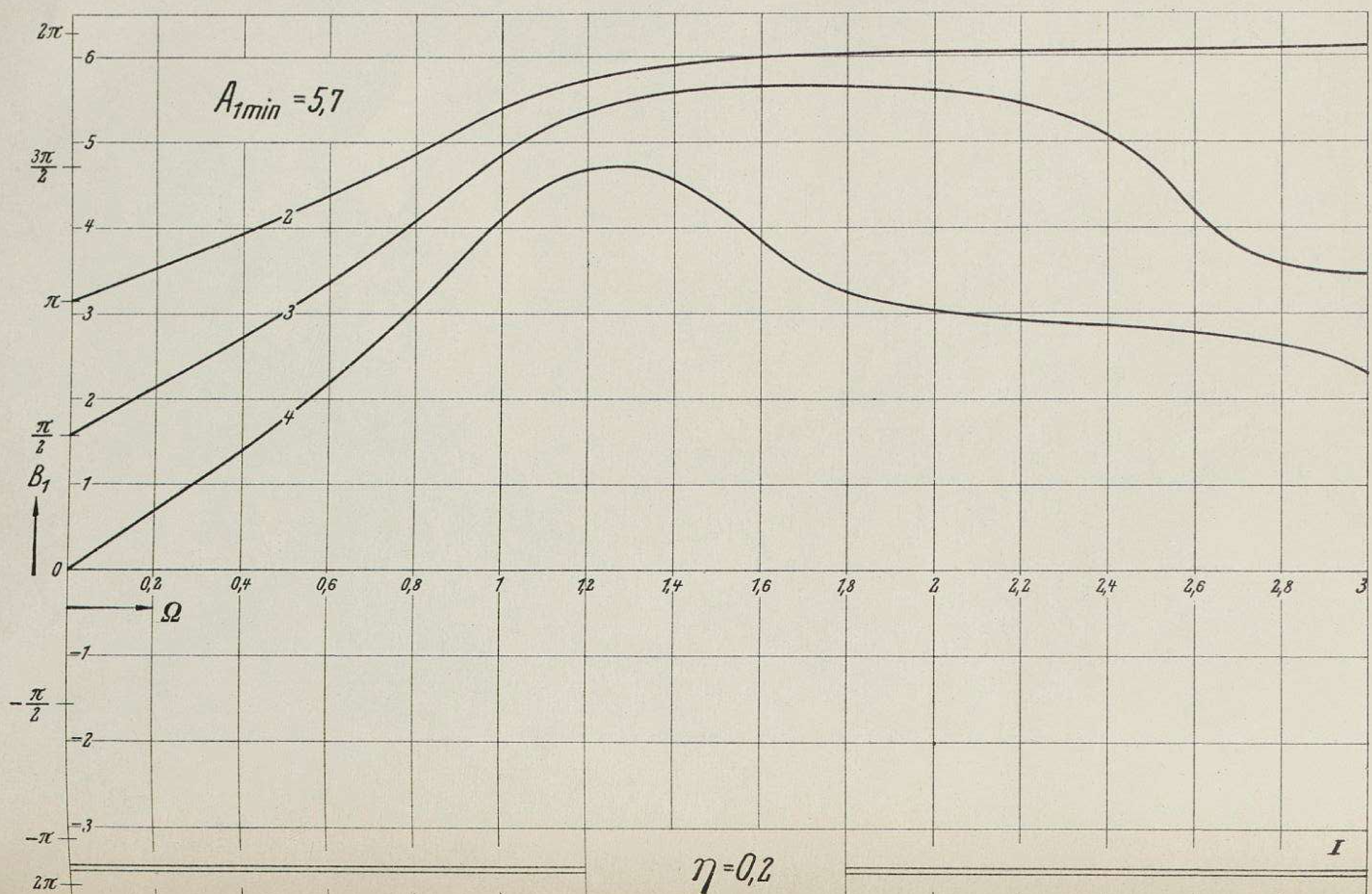


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

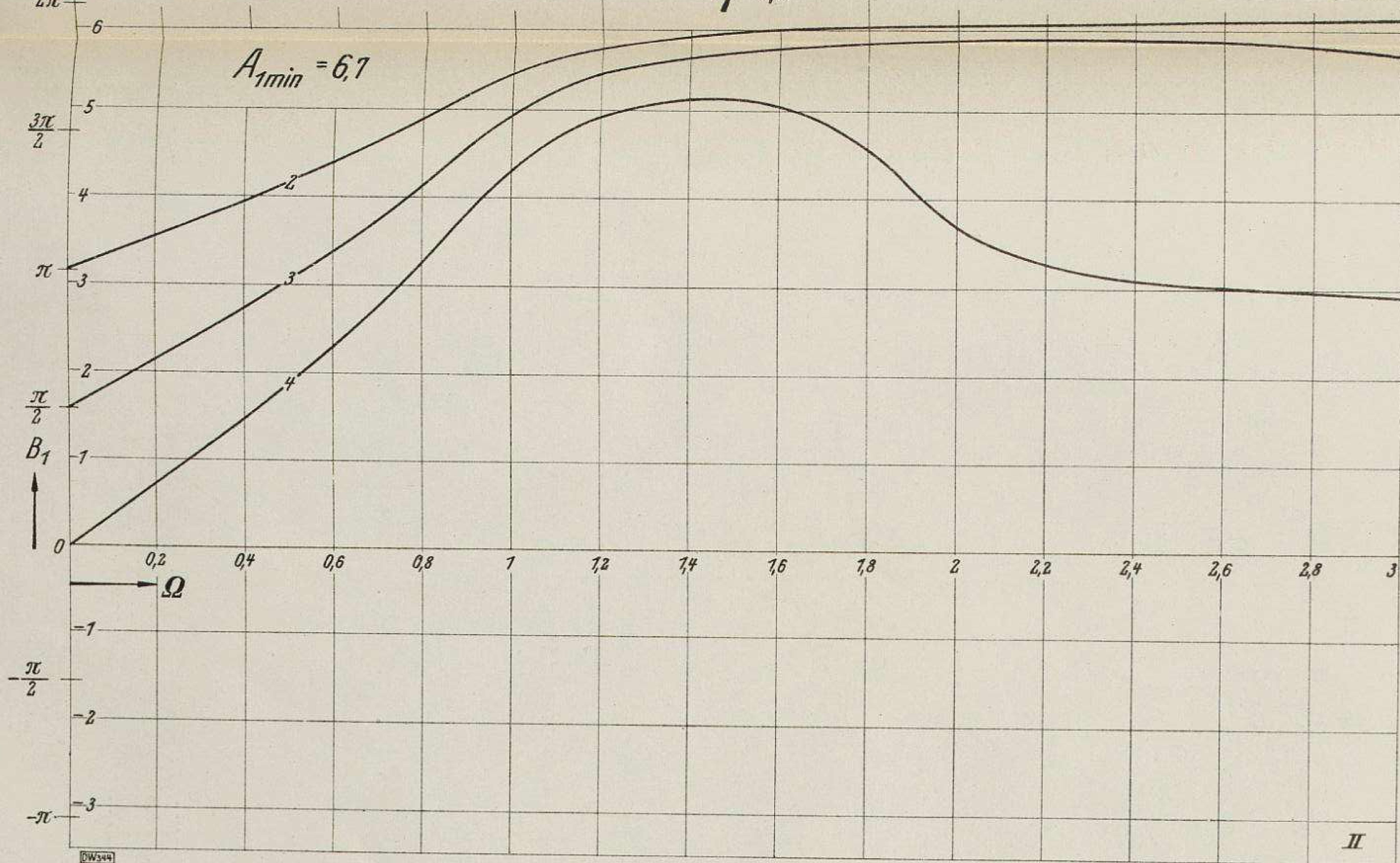


$\eta = 0,2$





$\eta = 0,2$

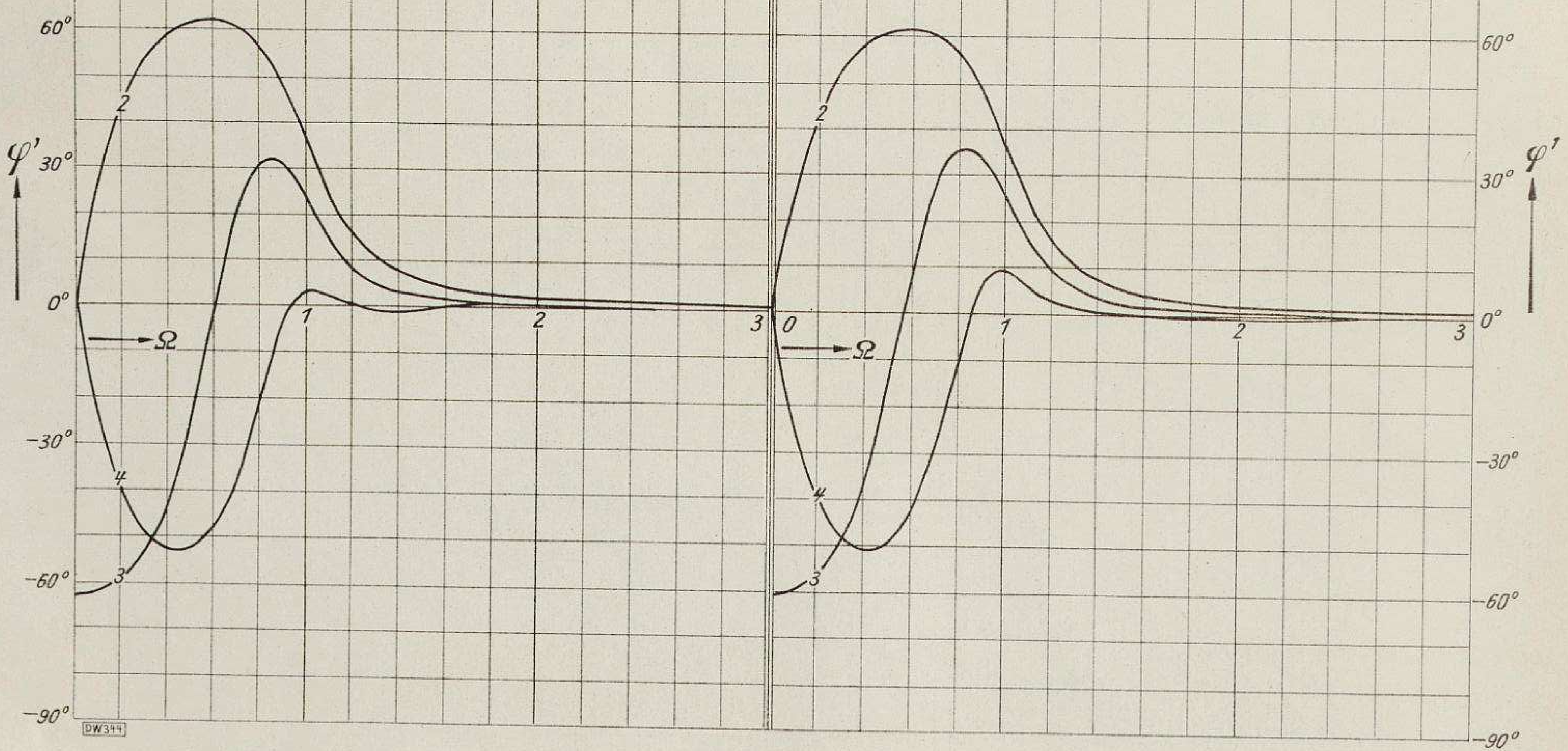


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G.m.b.H., Berlin NW 7

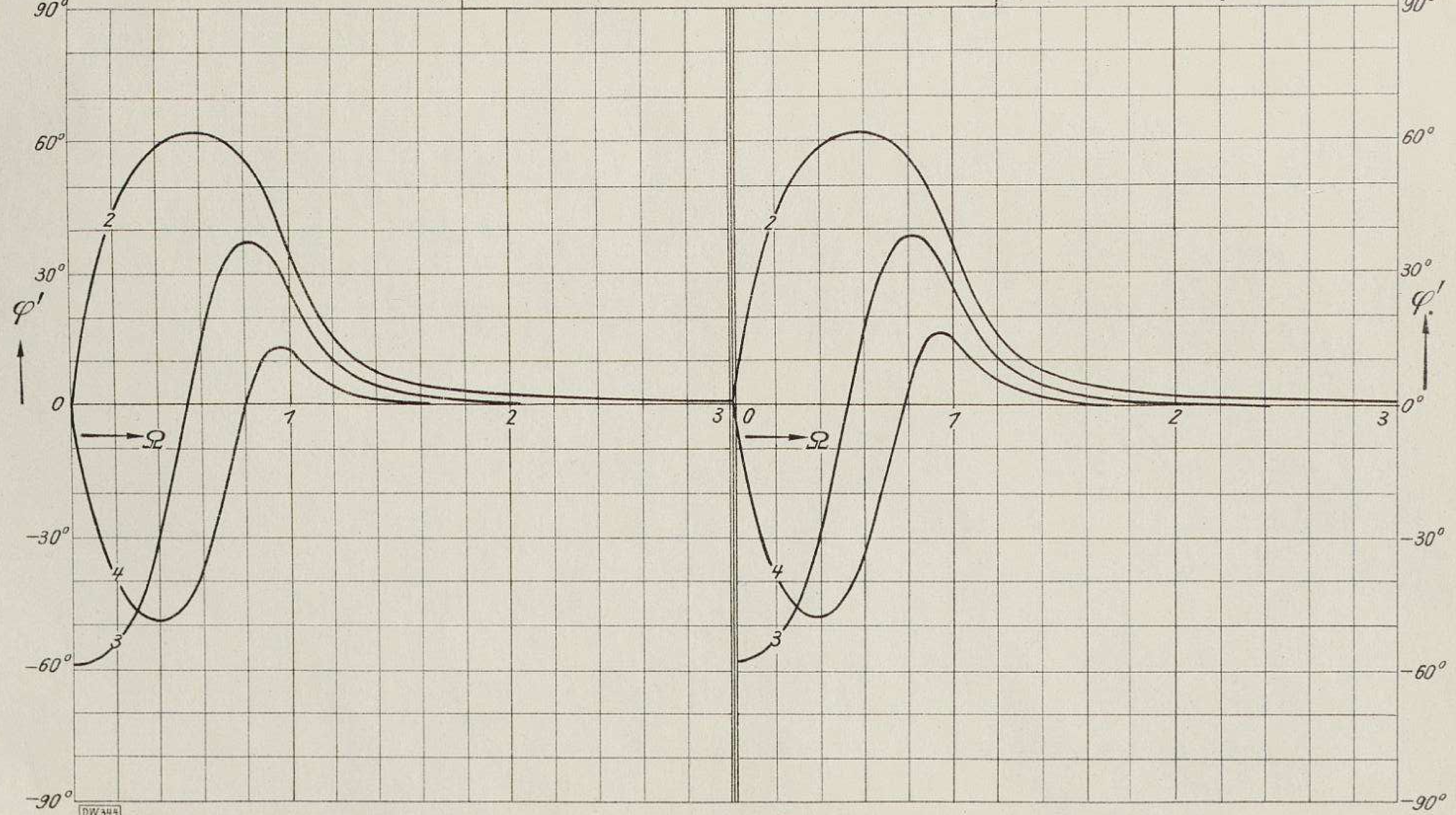
hierzu gehört $A_1 = 3,7$

hierzu gehört $A_1 = 4,7$

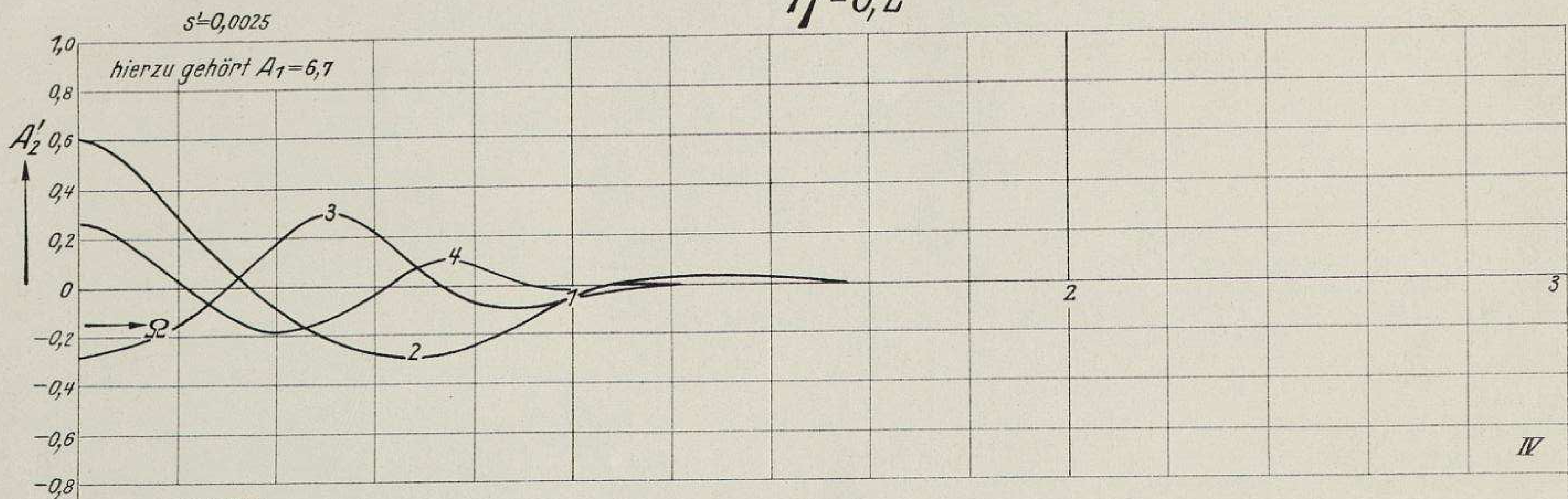
$s' = 0,051 \quad \eta = 0,2 \quad s' = 0,018$



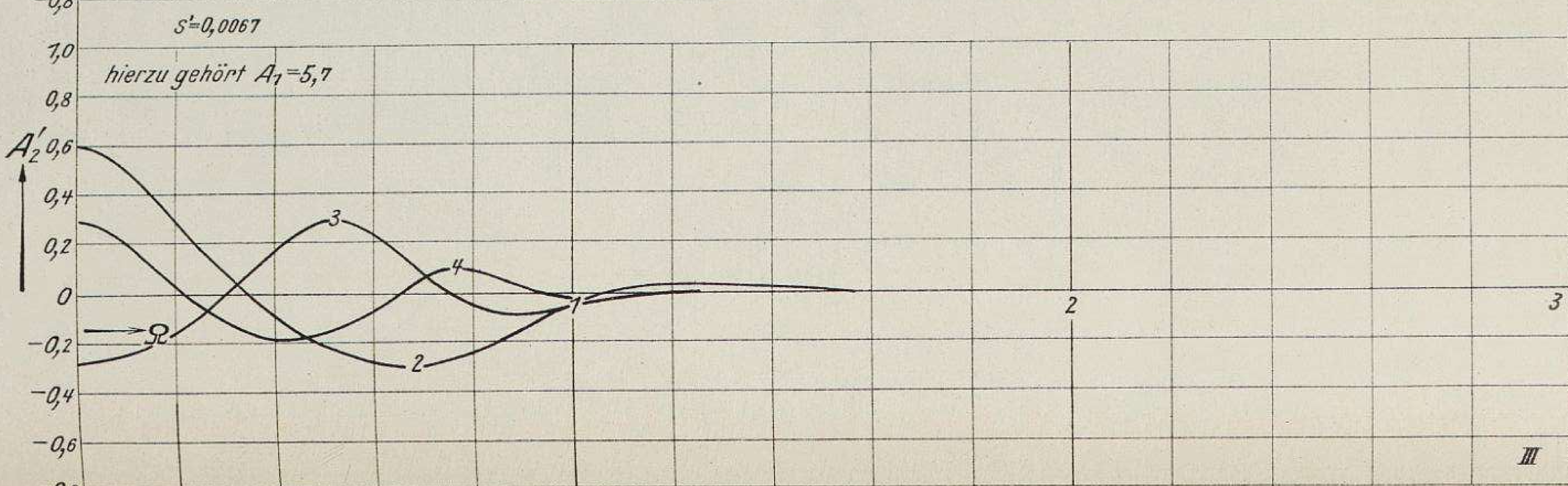
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7


hierzu gehört A_1=5,7
hierzu gehört A_1=6,7
s'=0,0067 η=0,2 s'=0,0025
I
II
log 10=100mm
r'
φ'
Ω
DW 344

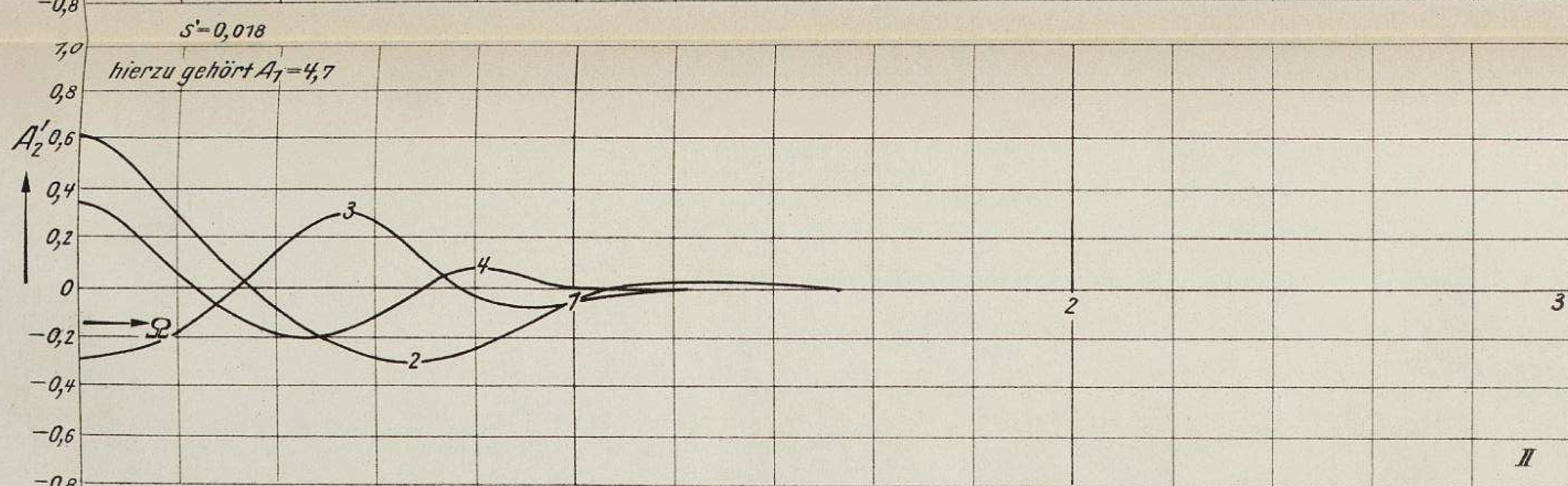
$\eta = 0,2$



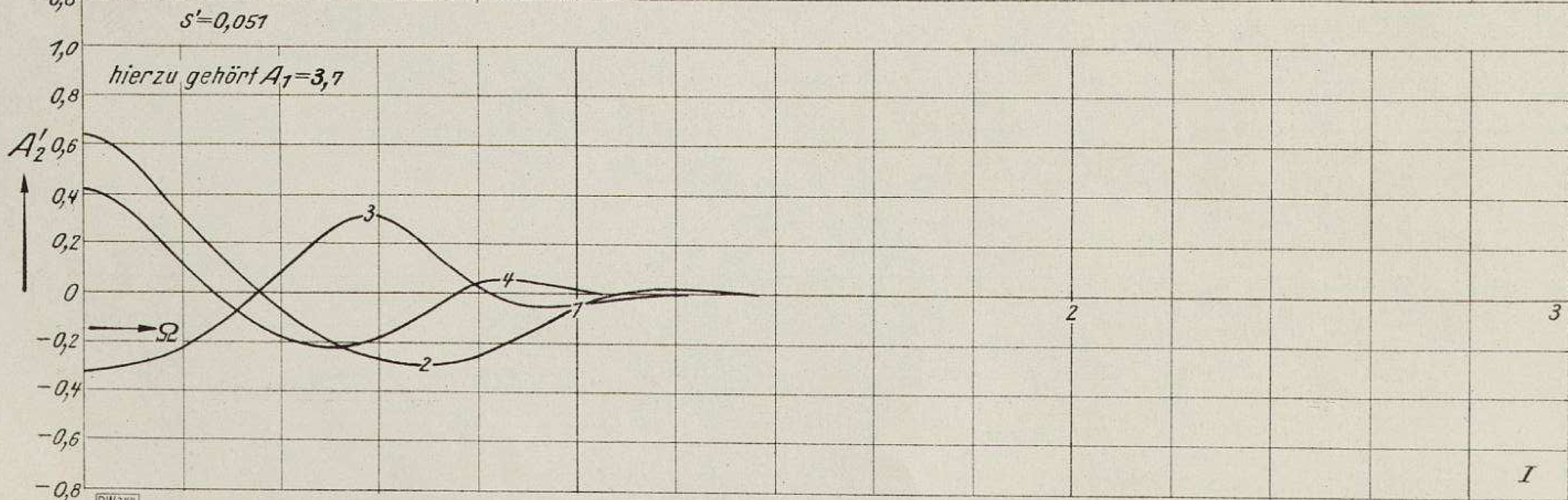
s'=0,0025
hierzu gehört $A_1 = 6,7$
A_2'
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
Ω
1
2
3
4
IV



s'=0,0067
hierzu gehört $A_1 = 5,7$
A_2'
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
Ω
1
2
3
4
III

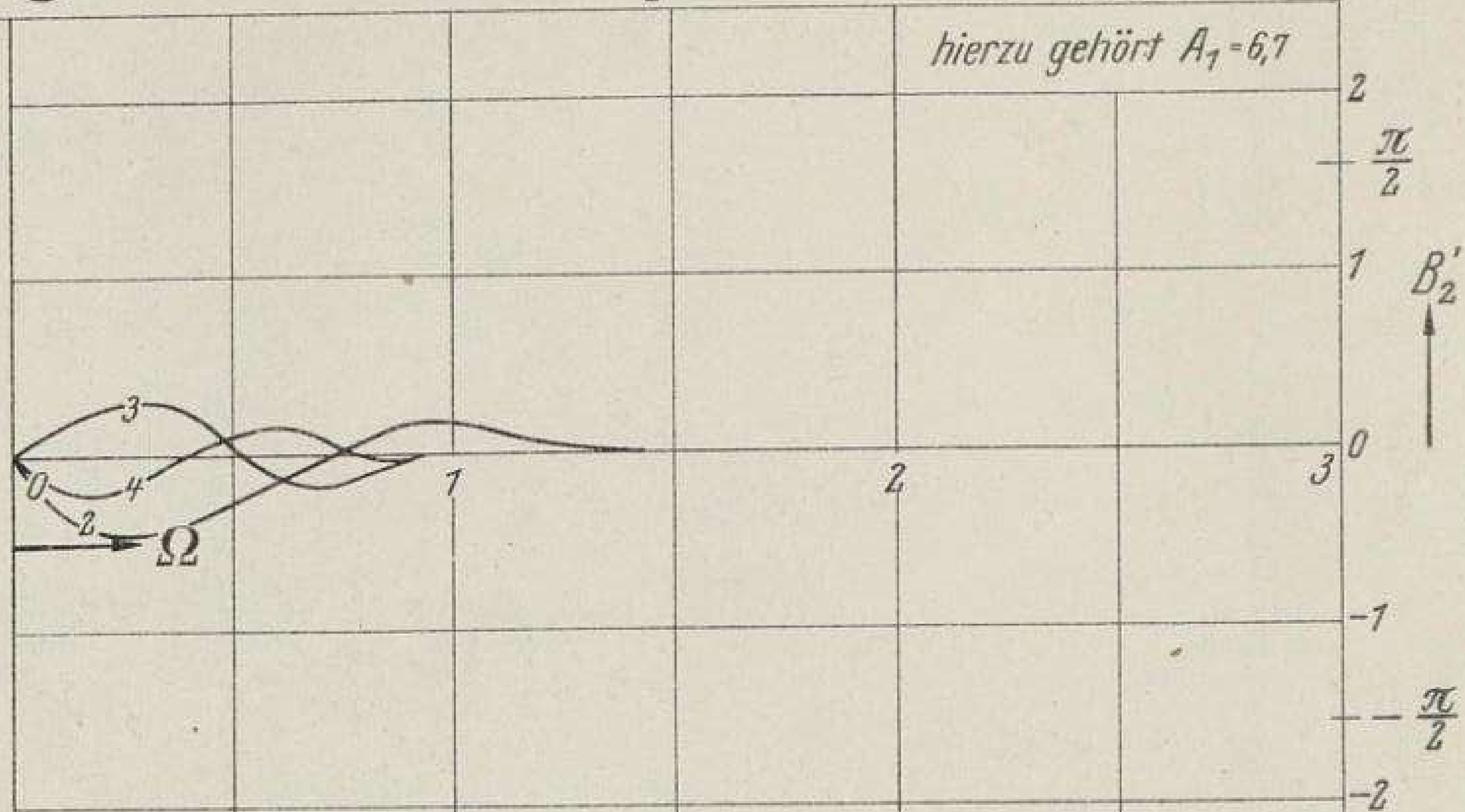


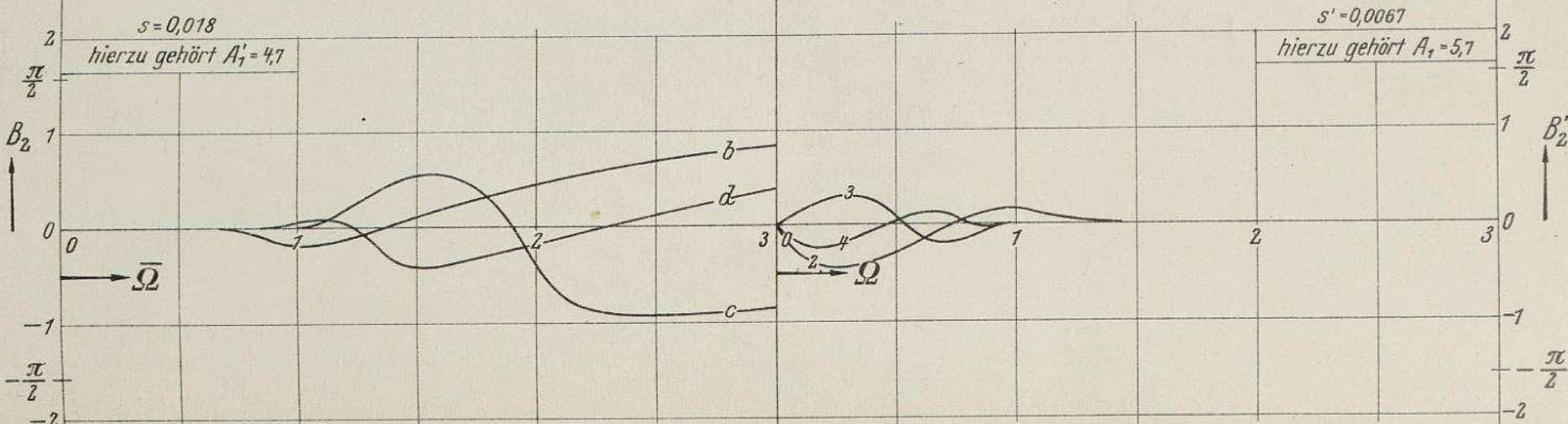
s'=0,018
hierzu gehört $A_1 = 4,7$
A_2'
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
Ω
1
2
3
4
II

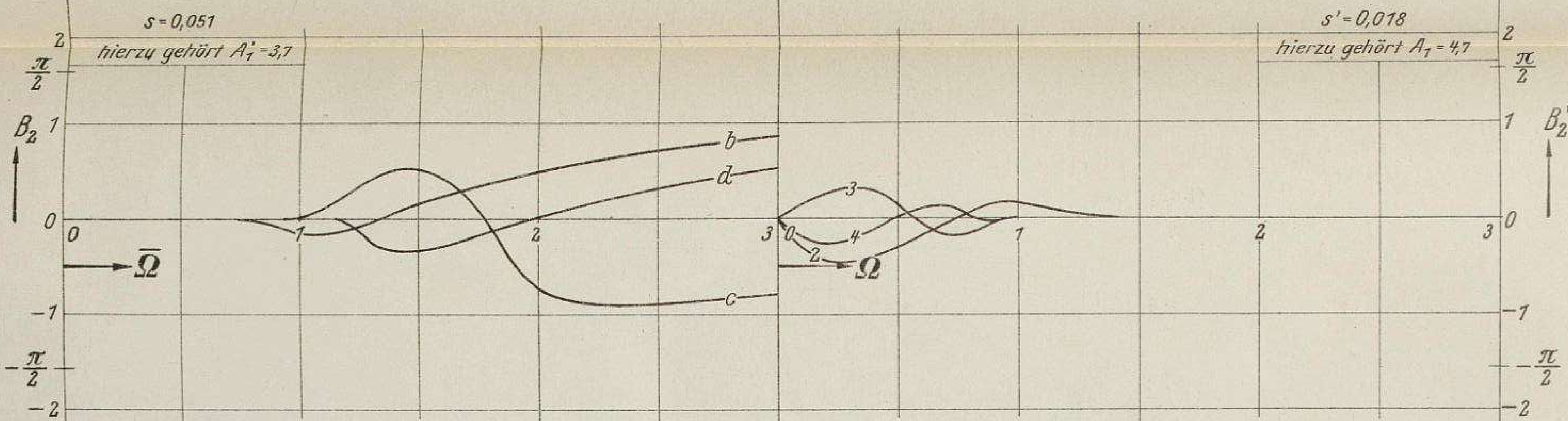


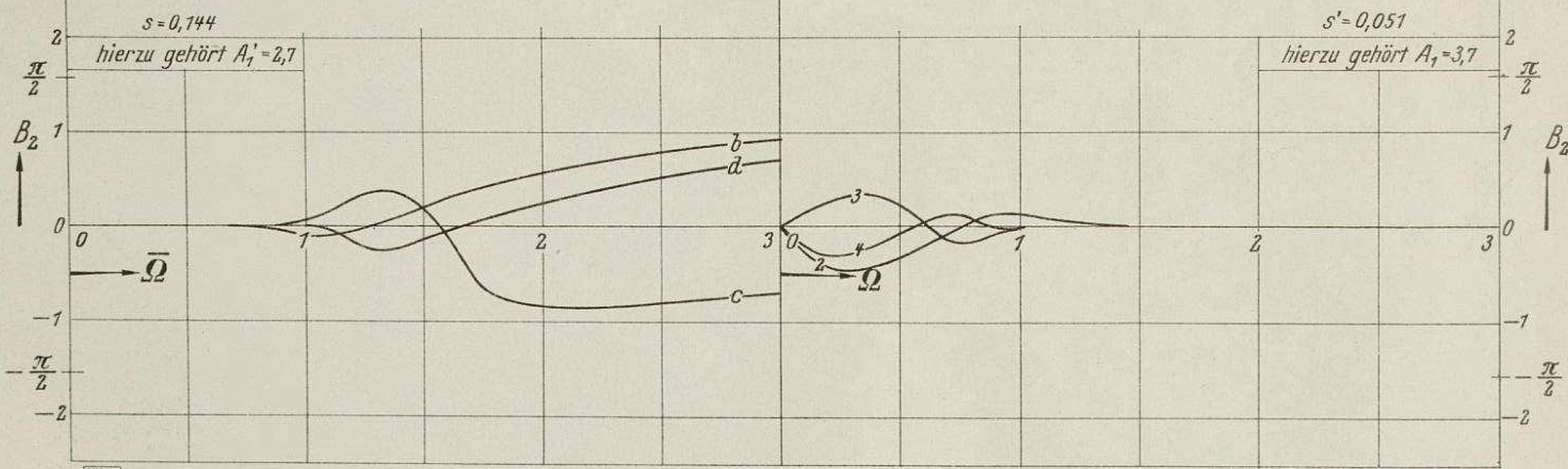
s'=0,051
hierzu gehört $A_1 = 3,7$
A_2'
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
Ω
1
2
3
4
I
DW344

(70) $\overline{\eta}=0{,}2$ (60) $\eta=0{,}2$

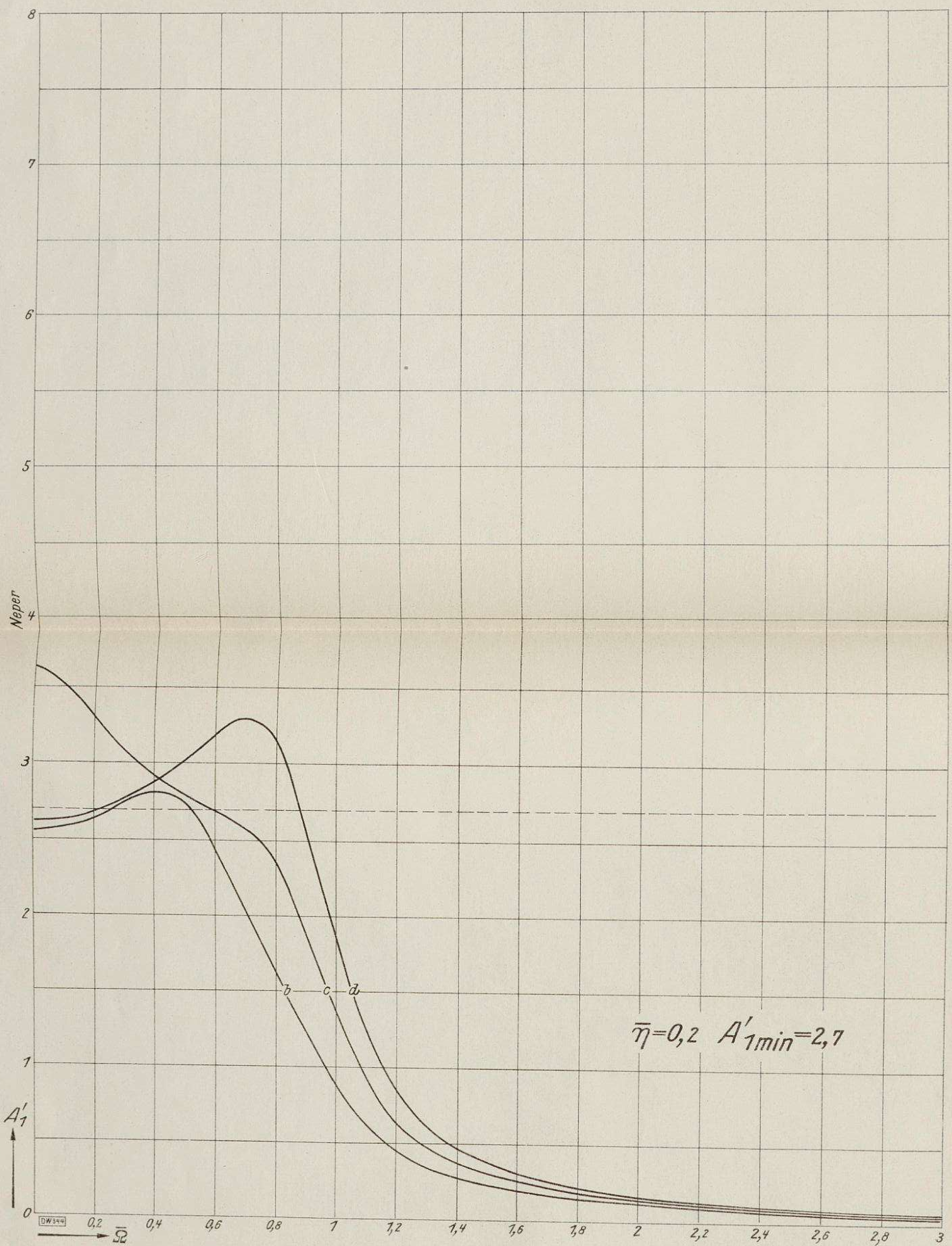




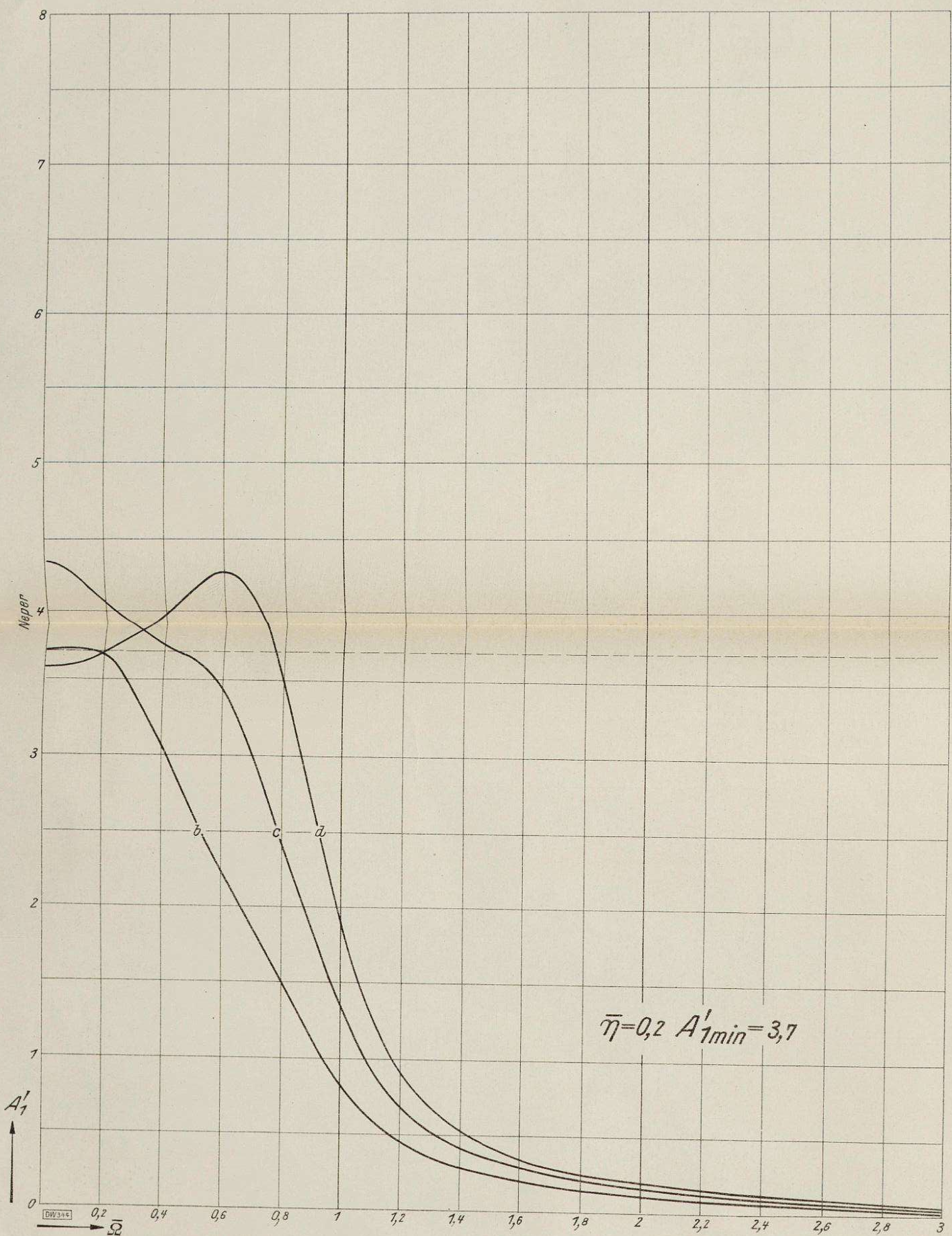




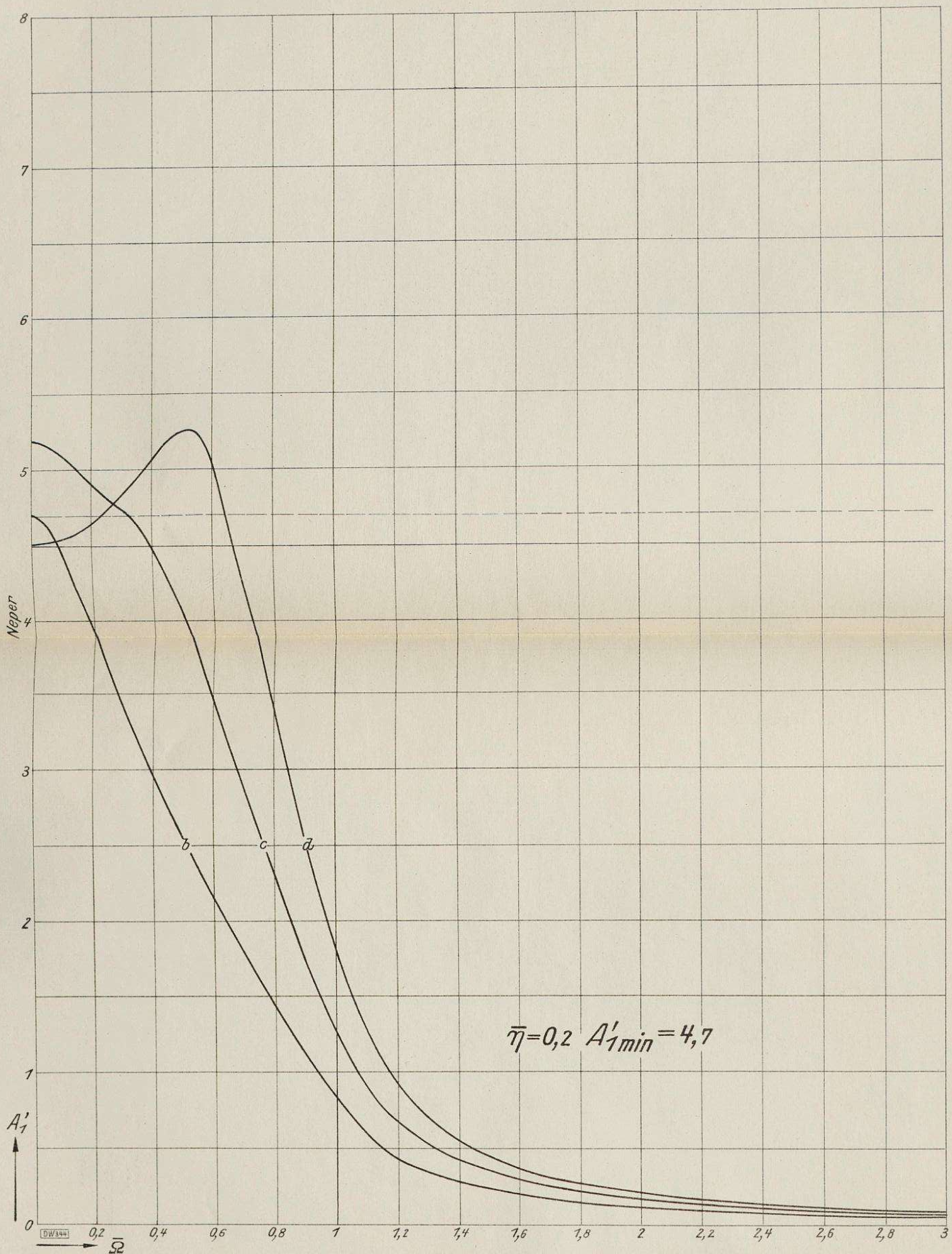
Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

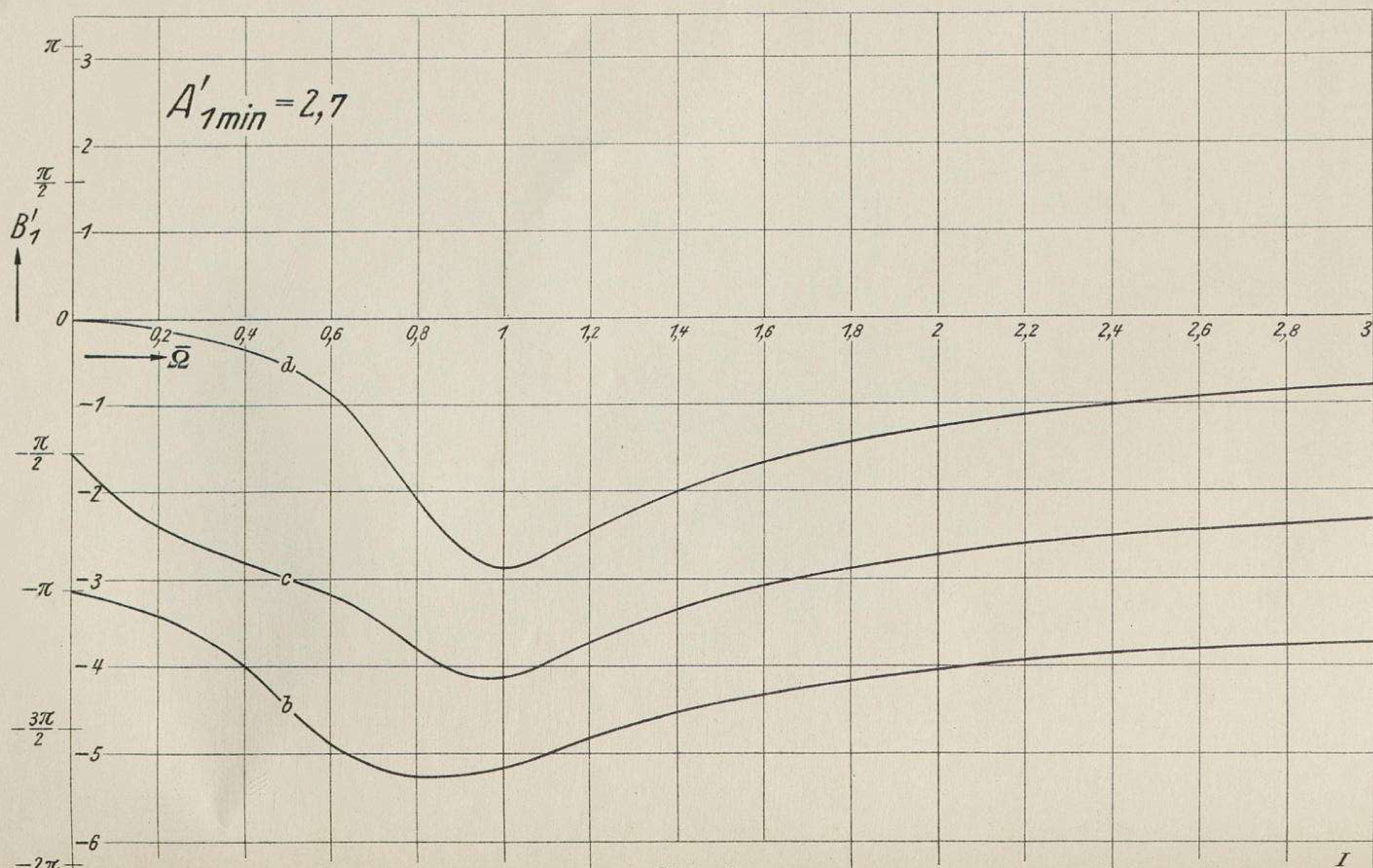


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

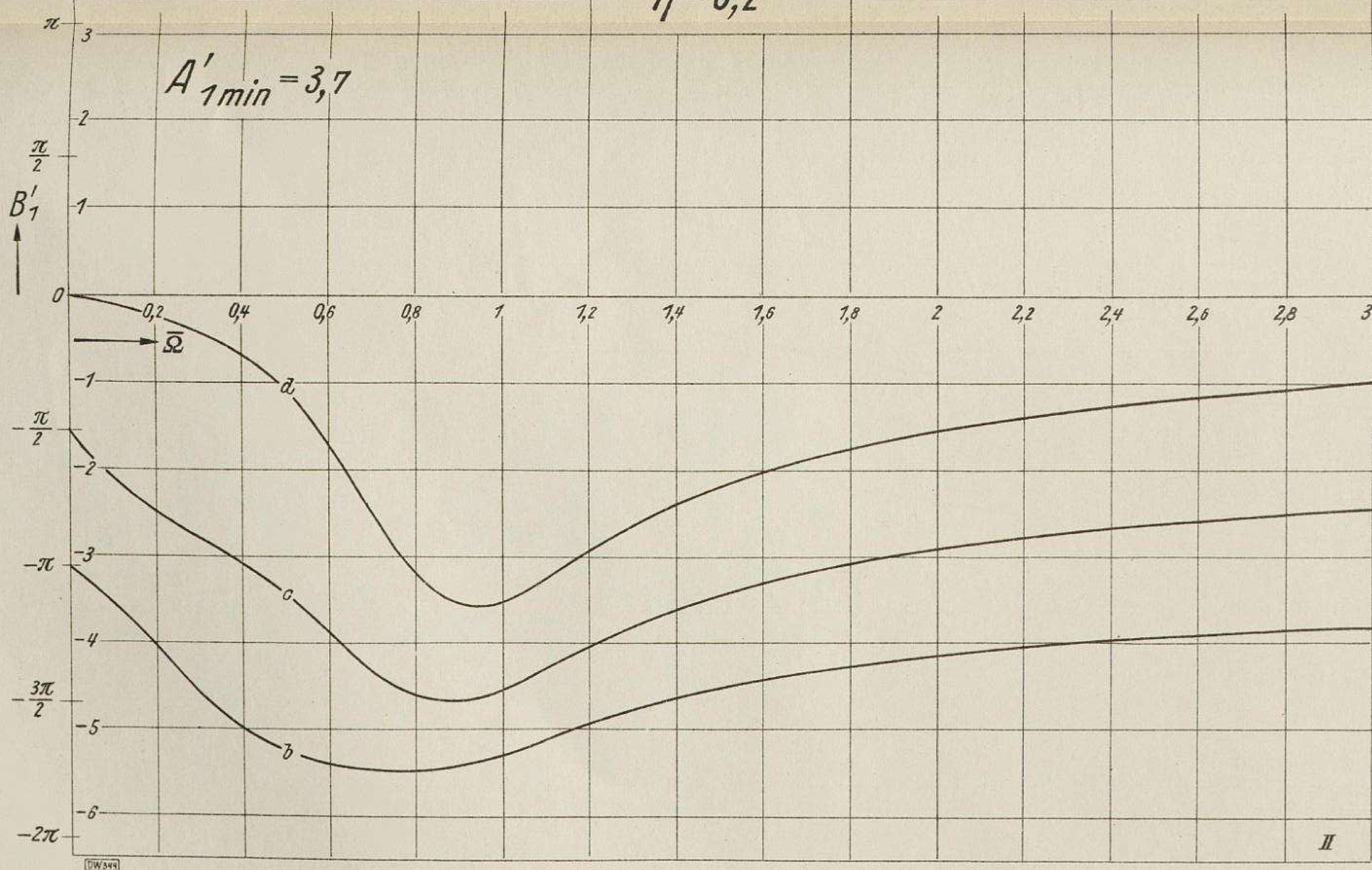


Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

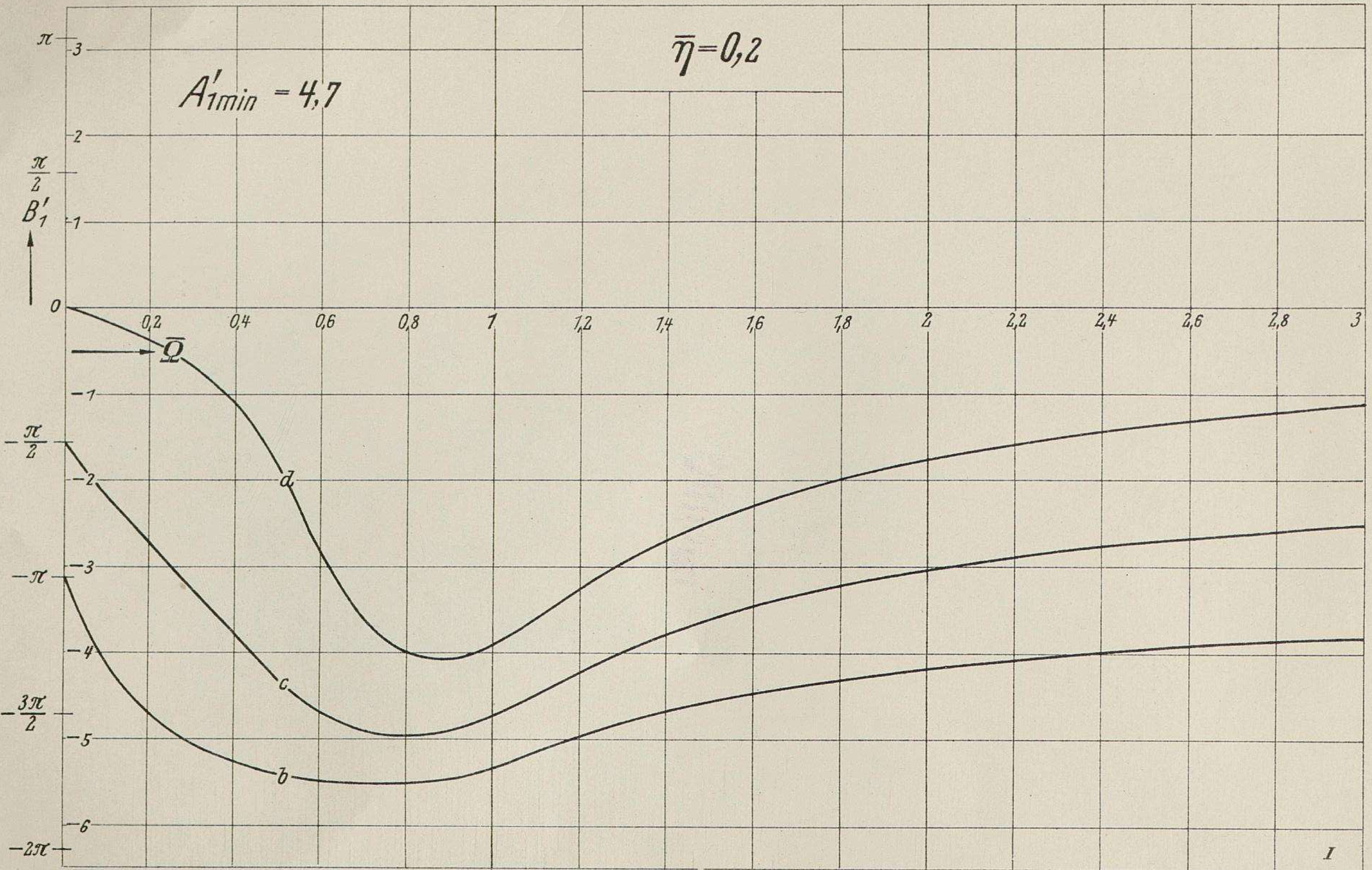

8
7
6
5
Neper 4
3
2
1
0
A_1'
DW344
0,2
0,4
0,6
0,8
1
1,2
1,4
1,6
1,8
2
2,2
2,4
2,6
2,8
3
$\bar{\Omega}$
b
c
d
$\bar{\eta}=0{,}2 \quad A'_{1min}=4{,}7$



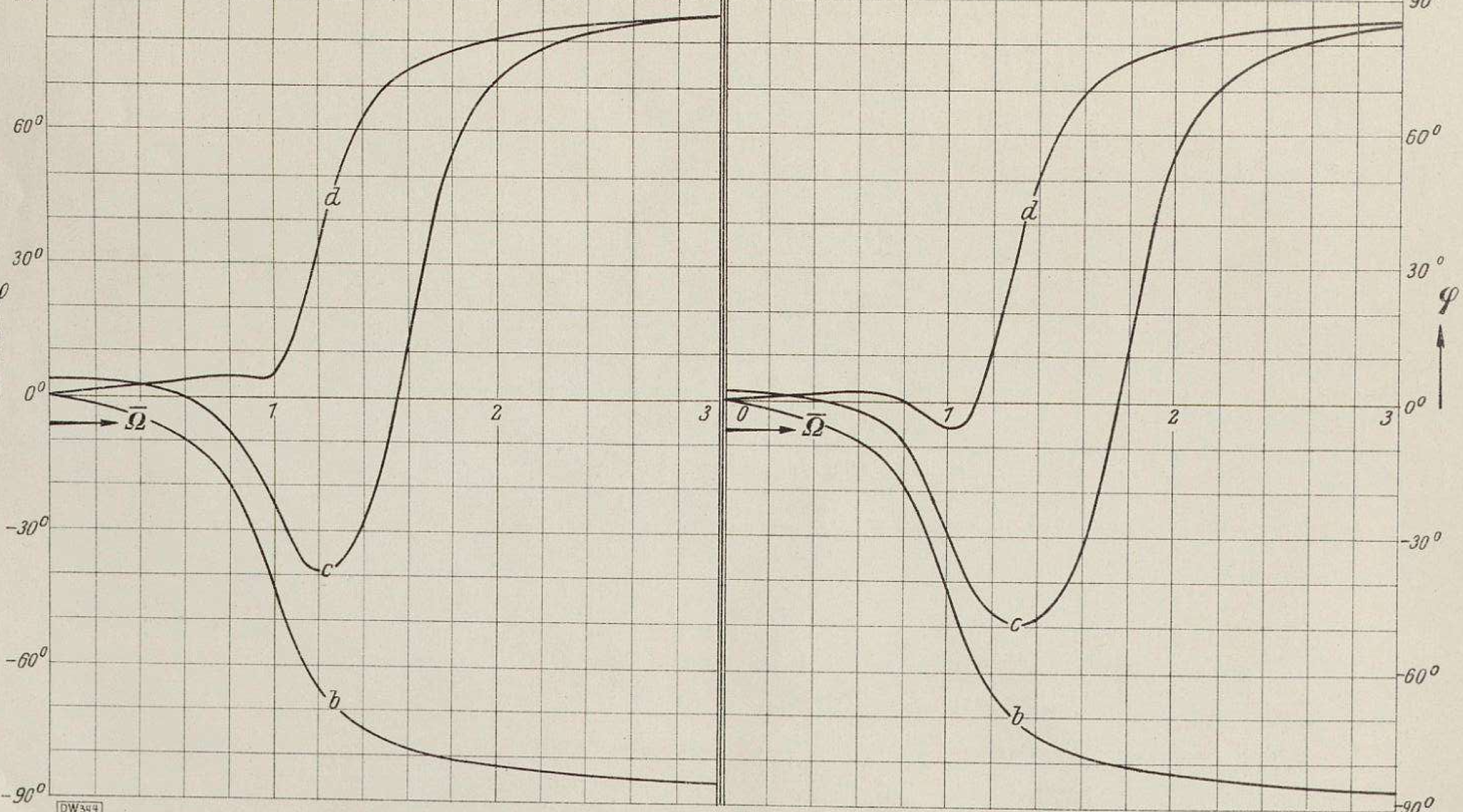
$\bar{\eta} = 0,2$



Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7

hierzu gehört $A_1' = 4{,}7$

$s = 0{,}018 \quad \bar{\eta} = 0{,}2$

I

log 10 = 100mm

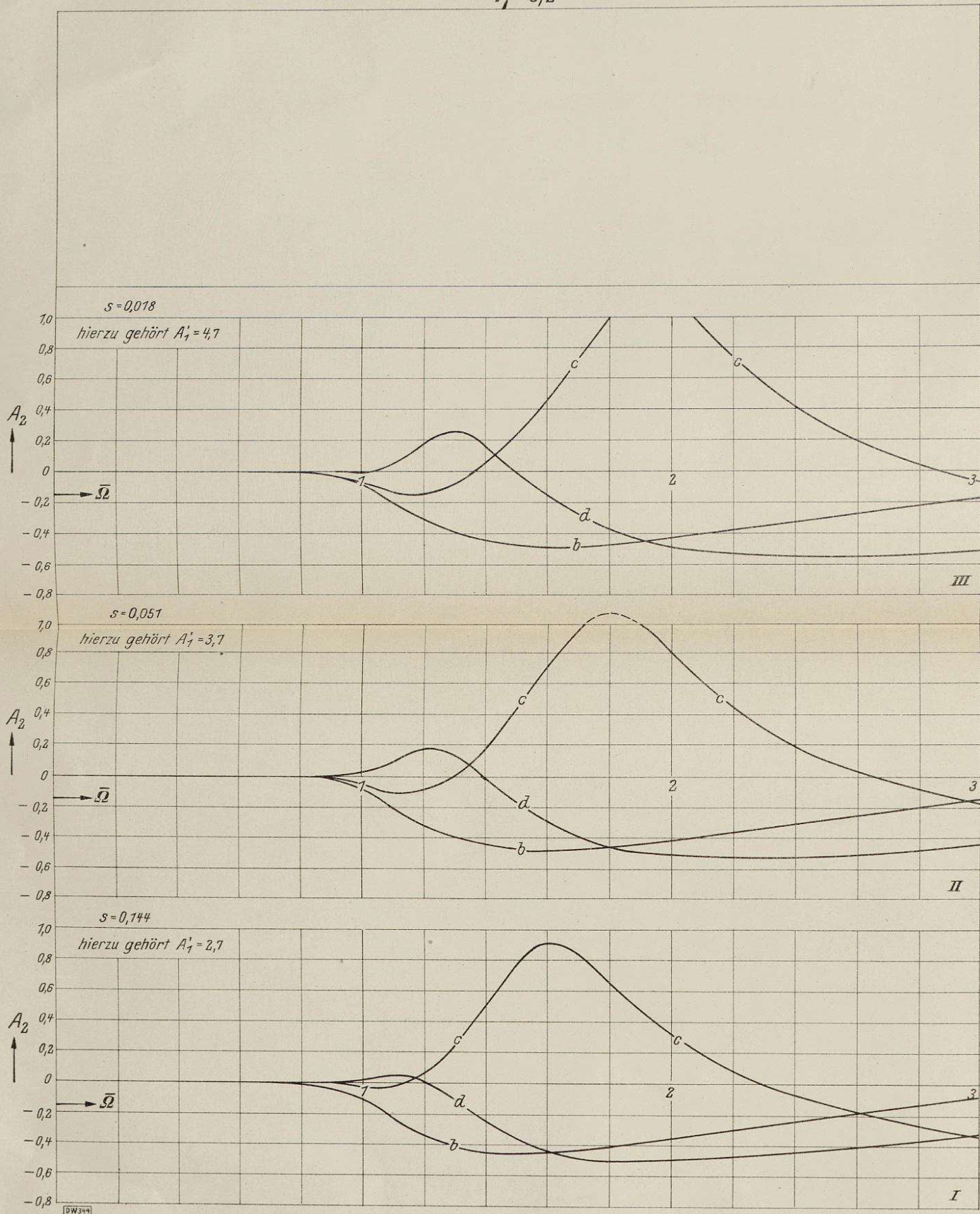
r

φ

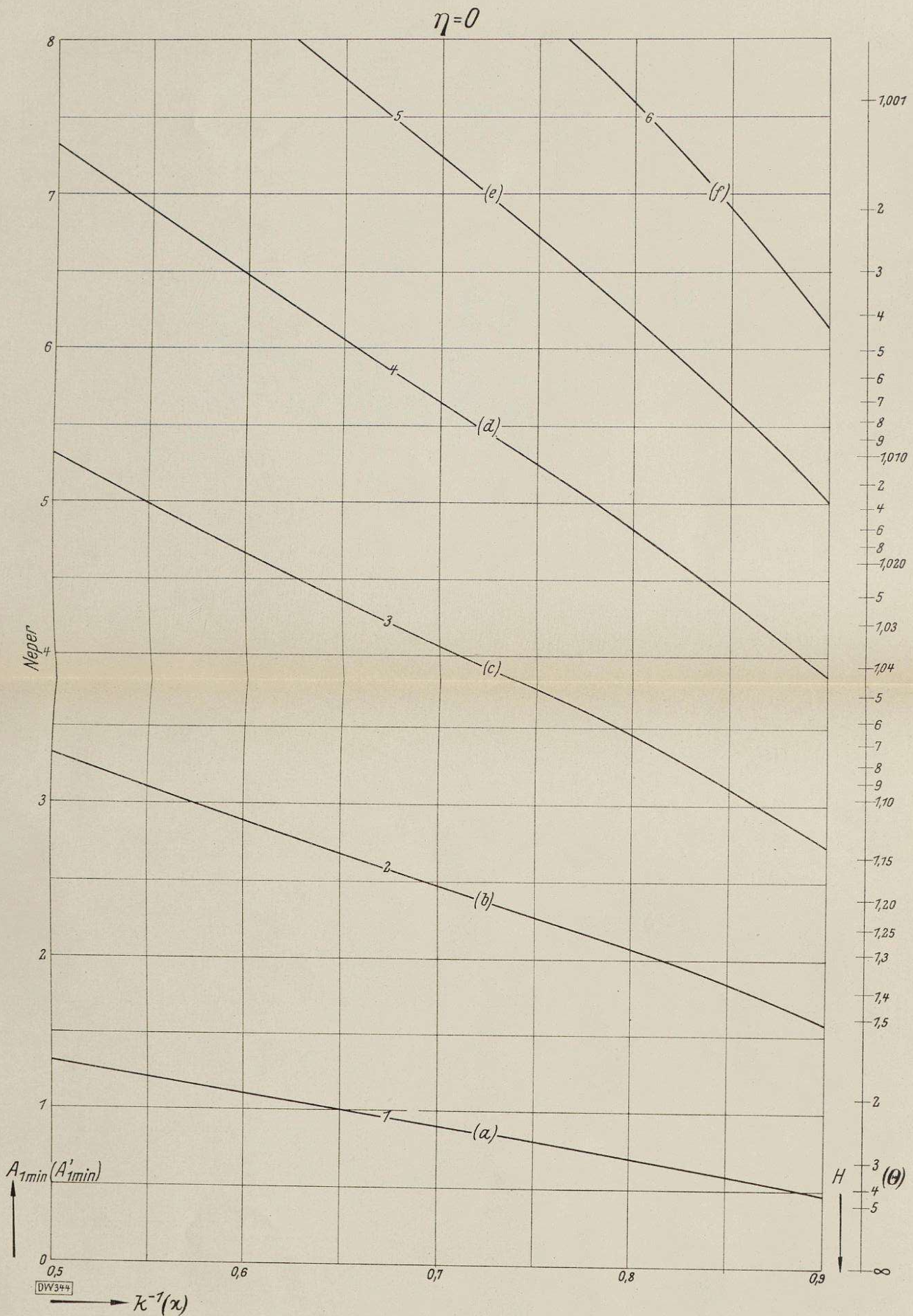
$\bar{\Omega}$

DW344

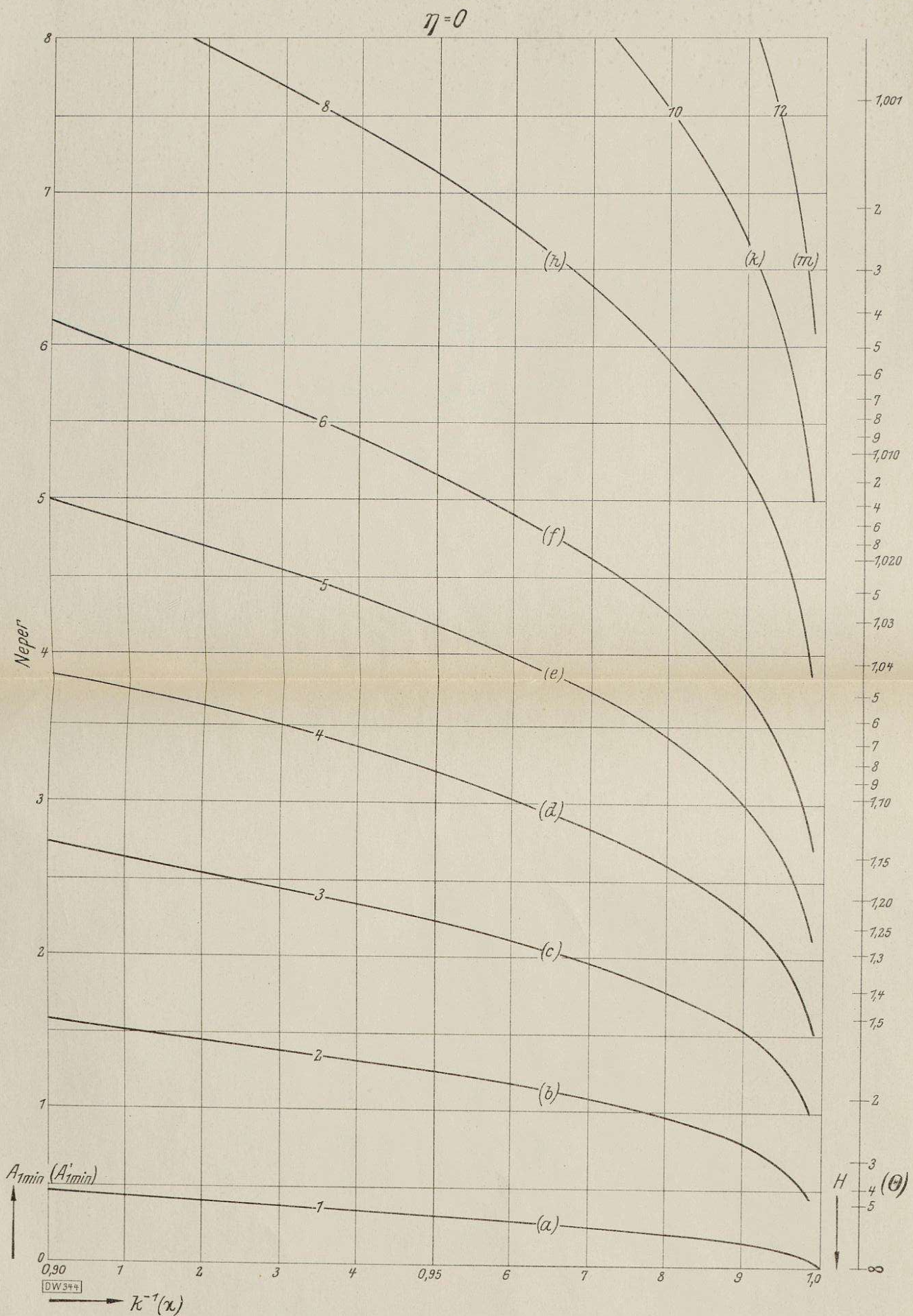
$\bar{\eta} = 0{,}2$



Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G.m.b.H., Berlin NW7




Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag GmbH., Berlin NW7



Cauer, Siebschaltungen
VDI-Verlag G.m.b.H., Berlin NW7

	D	AN	ON	SWN	NB	D.-Nr.
						Blatt

6 Elektr.


14.